华中科技大学

二００五年招收硕士研究生入学考试试题

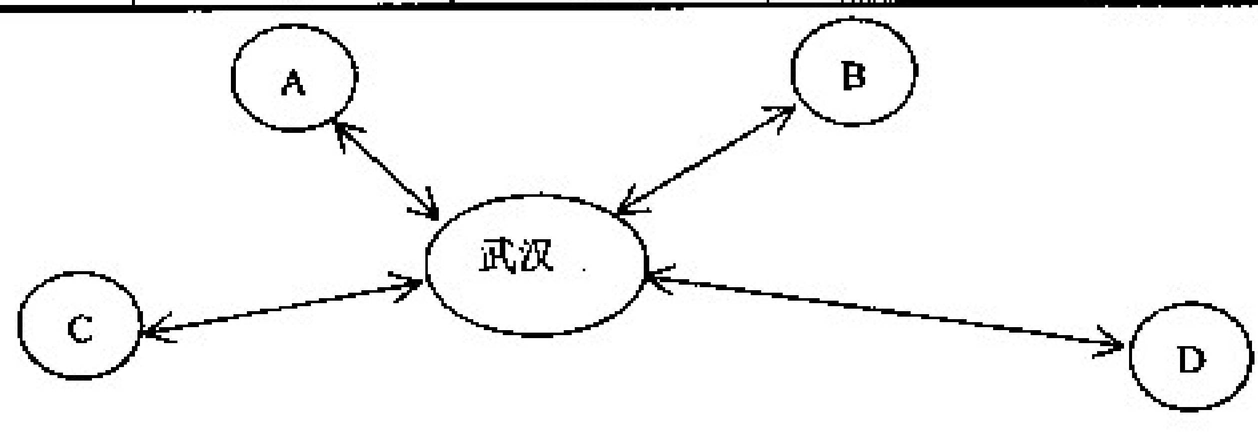
考试科目：运筹学

适用专业：管理科学与工程、物流工程、工程管理、信息管理与电子商务

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

一（20 分）某航空公司拥有 12 架 B737 型飞机、14 架 Electra 型飞机和 3 架 DC9 型飞机，计划安排以武汉为基地飞往 A、B、C、D 四个城市的航班．已知各种飞机从武汉往返各城市的费用、收入、平均飞行时间(单位:小时)如下表所示:

	城市	费用 ($)	收入 ($)	平均飞行时间
B707	A	6000	5000	1
	B	7000	7000	2
	C	8000	10000	5
	D	10000	18000	10
Electra	A	1000	3000	2
	B	2000	4000	4
	C	4000	6000	8
	D	------	------	20
DC9	A	2000	4000	1
	B	3500	5500	2
	C	6000	8000	6
	D	10000	14000	12



试卷编号：482

假定武汉每天往城市 D 发两个航班，往其它城市每天发四个航班，每架飞机每天的最大飞行时间为 18 小时。问如果安排才能使总飞行费用最低？试建立此问题的数学规划模型。

二（10 分）已知线性规划

$$\text{Min } Z = 8X_1 + 6X_2 + 3X_3 + 6X_4$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_4 \geq 3 \\ 3X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 6 \\ X_3 + X_4 \geq 2 \\ X_1 + X_3 \geq 2 \\ 2X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 \leq 10 \\ X_1、X_2、X_3、X_4 \geq 0 \end{cases}$$

（1）写出其对偶问题；

（2）已知原问题的最优解为 $X_1^* = (1, 1, 2, 0)$ 试求出对偶问题最优解。

三（20 分）已知线性规划

$$\text{Max } Z = -2X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 5\theta$$

$$\begin{cases} -X_1 + X_2 + 3X_3 + X_4 = 10 - 2\theta \\ 6X_1 + 2X_2 + 5X_3 + X_5 = 25 + 3\theta \\ X_1、X_2、X_3、X_4、X_5 \geq 0 \end{cases}$$

当 $\theta = 0$ 时的最优单纯形表为

C_B	X_B	b	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
2	X_2			1	3	1	0
0	X_5			0	-1	-2	1
				0			0

(1) 填空完成上面单纯形表，并求 B^{-1}。

(2) 求当 $\theta \geq 0$ 时线性规划问题的最优解。并判断最优解是否唯一？如果不唯一，求所有最优解。

四 (15 分)某厂生产一种产品，该产品在未来 5 个月的需求量、每个月最大生产能力和每个月单位生产成本如下表所示：

月份	1	2	3	4	5
需求量 d_i	11	15	23	22	15
单位生产成本 c_i(元）	8	7	6	4	10
最大生产能力 k_i	31	22	30	15	16

另外，每件产品每月的存储费用为 2 元，假定 1 月初存货为 5，管理层希望制订合理的月生产计划，既满足需求又使总生产成本最低。

转下页

（1） 试建立此问题的一般线性规划模型。

（2） 试建立此问题的网络规划模型

五（15 分）用动态规划方法求解

$$\max Z = 6x_1 - x_1^2 + 8x_2 - 2x_2^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant K \\ x_j \geqslant 0, (j=1,2) \end{cases}$$

其中参数 $K \geqslant 0$

六（10 分）论述用割平面法求解整数规划问题的主要思想。

七 (20 分)已知线性规划问题

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 4X_2 + X_3$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 \leqslant 11 \\ 2X_1 + X_2 + 2X_3 \leqslant 20 \\ X_1 - X_2 - 2X_3 \geqslant 7 \\ X_1、X_2、X_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

求得最优解后的灵敏度分析报告如下:

变动单元格

单元格	变量名	最终值	减少成本	目标系数	允许增加值	允许减少值
B9	X_1	29/3	0	3	5	1
C9	X_2	2/3	0	4	2	2.5
D9	X_3	0	-2	1	2	1E+30

约束条件

单元格	名 称	最终值	影子价格	右端值	允许增加值	允许减少值
E4	第一约束	11	5/3	11	2	1
E5	第二约束	20	2/3	20	2	2
E6	第三约束	9	0	7	2	1E+30

（1）写出该问题的最优解

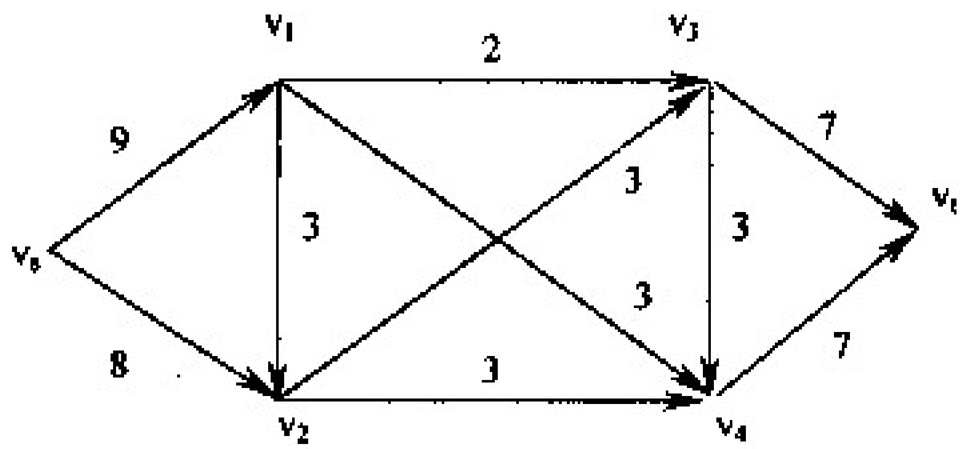
（2）分析当 x_1 的目标系数增加 2，同时 x_2 的目标系数减少 1 时，最优解是否改变。

（3）为什么第三约束的影子价格为 0？哪些约束是紧约束？。

八（10 分）已知某运输问题的初始调运方案，试求全部最优调运方案。

产地 / 销地	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1	(2) 2	6	2	(2) 1	4
A_2	10	8	(4) 5	(2) 4	6
A_3	(2) 7	(3) 6	6	9	5
销量	4	3	4	4	

九(15 分)有网络图如下（弧旁数字为容量 C）



（1） 求网络中由 v_s 到 v_t 的最大流与最小截集。

（2） 若弧（v_2，v_3）的容量改变量为$\triangle C_{23}$，试讨论对(1)中的最大流量的影响。

（3） 若增加一条弧（v_1，v_t）且容量 C_{1t}=2，试问(1)中最大流量如何变化？

十 (15 分)某企业每年需要采购某种零件 3600 个，每次的订购费是 100 元，每个零件每年的存储费为 2 元，零件的单价为

$$K(Q)=\begin{cases}1.00, & 0\le Q<500\\ 0.98, & 500\le Q<1000\\ 0.95, & Q\ge 1000\end{cases}$$

假定瞬时到货，试分别就下列两种情况求最优订货批量：

（1） 不允许缺货；

（2） 允许缺货，且缺货损失为每个零件每年 8 元。