

# 二〇〇七年招收硕士研究生 入学考试自命题试题

考试科目： 量子力学

适用专业： 物理学、材料物理与化学、材料学、  
纳米科学与技术、科学技术哲学

(除画图题外, 所有答案都必须写在答题纸上, 写在试题纸上  
及草稿纸上无效, 考完后试题随答题纸交回)

## 一、 问答题: (共 4 题, 每题 10 分)

1. 什么是波函数的统计解释? 量子力学的波函数与声波和光波的主要区别是什么?
2. 试写出量子力学中的测不准关系。如果两个算符不对易, 则这两个算符表示的力学量能否同时取确定值?
3. 量子力学如何构造一个力学量的算符? 当体系处于波函数  $\psi(x)$  所描写的状态时, 测量力学量得到的数值与该力学量的本征值有什么关系?
4. 什么是粒子的全同性原理? 玻色子和费米子组成的全同粒子体系的波函数的主要不同是什么?

二、计算题与证明题 (共7题, 110分)

1. 在一维无限深势阱中运动的粒子, 势阱的宽度为  $a$ , 如果粒子的状态由波函数  $\psi(x) = Ax(a-x)$  描写,

求: (1) 粒子分布在  $(0, a/4)$  区间的几率, (6分)

(2) 粒子在  $(0, a)$  区间动量的平均值. (6分)

2. 计算下列两定态波函数对应的几率流密度 (12分)

$$(1) \psi_1 = \frac{1}{r^2} e^{ikr}, \quad (2) \psi_2 = \frac{1}{r^2} e^{-ikr}$$

3. 一刚性转子转动惯量为  $I$ , 它的能量的经典表达式是  $H = \frac{L^2}{2I}$ ,  $L$  为角动量, 在以下两种情况中求刚性转子的能量本征值:

(1) 转子绕一固定轴转动; (10分)

(2) 转子绕一固定点转动; (10分)

4. 设氢原子处于状态  $\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} R_{31}(r) Y_{11}(\theta, \phi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{31}(r) Y_{1-1}(\theta, \phi)$ ,

求 (1) 氢原子的能量及角动量分量  $L_z$  的可能值; (8分)

(2) 氢原子的能量及角动量分量  $L_z$  的平均值. (8分)

5. 粒子在宽度为  $a$  的一维无限深势阱中运动,

(1) 证明其基态的坐标和动量的均方偏差满足:

$$\overline{(\Delta x)^2} \overline{(\Delta p)^2} = \frac{\hbar^2}{4} \left( \frac{\pi^2 - 6}{3} \right) \quad (10分)$$

(2) 上述结果是否满足测不准关系, 为什么? (6分)

6. 转动惯量为  $I$ , 电偶极矩为  $\vec{D}$  的空间转子处在均匀弱电场  $\vec{E}$  中, 基态未受到微扰影响的波函数为  $Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ , 证明空间转子的计算转子基态能量的一级修正为零. (16 分)

7. 证明算符  $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  的本征值为  $\pm \frac{\hbar}{2}$ , 所属的本征函数为

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (18 \text{ 分})$$