二OO七年招收硕士研究生

入学考试自命题试题

考试科目：数学（理工类）（单考）

适用专业：

（除画图题外，所有答案都必须写在答题纸上，写在试题纸上及草稿纸上无效，考完后试题随答题纸交回）

准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密 封 线 内 不 要 答 题

kaoyan.com

一、填空题（本题共5小题，每小题4分，共计20分）

1. 设$f(x)$在区间$[0,1]$上单调递减，则对任何$\alpha \in (0,1)$有$\int_0^{\alpha} f(x)dx$ ____ $\alpha\int_0^1 f(x)dx$.

2. 若对任意的$\{x_n\}$，当$\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0$时$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n x_n$收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$的敛散性为________.

3. 设$f(x,y)=x^2+y^2$，若$x+y=1$，则$f(x,y)$的最小值为_______.

4. 设$(X_1, X_2,\cdots, X_n)$为总体$N(0,1)$的一个样本，$X_{(1)}\leqslant X_{(2)}\leqslant\cdots\leqslant X_{(n)}$为次序统计量，则$E(X_{(1)}+X_{(2)}+\cdots+X_{(n)})^2=$ ________.

5. 设A为不可逆方阵，则A的一个特征值$\lambda=$ ______.

二、选择题（本题共5小题，每小题4分，共计20分。每小题给出的四个选项中只有一项符合题目要求，把所选项的字母填在括号内）。

6. 若$f(x,y)$在$(0,0)$处的两个偏导数都存在，则$f(x,y)$在$(0,0)$处（　　）

(A) 必可微；　(B) 必不可微；　(C) 不必可微；　(D) 必连续.

download.kaoyan.com

7．设$f(x)$为连续函数，$F(x)$为$f(x)$的原函数，则（　　）

(A) $f(x)$为单调增函数时，$F(x)$也为单调增函数；

(B) $f(x)$为周期函数时，$F(x)$也为周期函数；

(C) $f(x)$为奇函数时，$F(x)$也为奇函数；

(D) $f(x)$为偶函数时，$F(x)$不必为奇函数.

8．方程$y'=|xy|\ (x<0)$满足初始条件$y|_{x=-\sqrt{2}}=\dfrac{1}{e}$的解$y$等于（　　）

(A) $e^{\frac{x^2}{2}+C}$；　(B) $e^{\frac{x^2}{2}}$；　(C) $e^{-\frac{x^2}{2}}$；　(D) $Ce^{-\frac{x^2}{2}}$.

9．若随机变量X,Y满足$D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有（　　）

(A) X与Y独立；(B) X与Y不相关；(C) $D(Y)=0$；(D) $D(X)=0$.

10．设n阶方阵$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$可换，则（　　）

(A) $r(A+B)\geqslant r(A)+r(B)-r(AB)$；　(B) $r(A+B)\leqslant r(A)+r(B)-r(AB)$；

(C) $r(A+B)\geqslant r(A)+r(B)-n$；　(D) $r(A+B)\leqslant r(A)+r(B)-n$.

三、计算题（本题共10小题，每小题10分，共计100分）

11．有一种检测手段，其方法是将示踪染色注射到胰脏里，然后进行检测. 正常胰脏每分钟吸收掉染色的40%，现若医生对某人注射了0.3克染色，30分钟后测出还剩下0.1克，试问此人的胰脏是否正常?

12．(1) 求曲面$x^2+2y^2+3z^2=6$在点P(1,1,1)的切平面方程和法线方程.

(2) 求曲线$y=-x^2-3x+6$和直线$x+y-3=0$所围图形绕直线$x+y-3=0$旋转所成的立体的体积.

13．某城市距市中心r公里区域内的人口密度近似为$P(r)=\dfrac{4}{r^2+20}$，单位为每平方公里10万人，求距市中心2公里区域内的人口数.

14．设方程组$\begin{cases}x^2+y^2-uv=0\\ xy^2-u^2+v^2=0\end{cases}$确定函数$u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$，求$\dfrac{\partial u}{\partial x}$，$\dfrac{\partial u}{\partial y}$，$\dfrac{\partial v}{\partial x}$，$\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

download.kaoyan.com

15. 叙述曲面积分的Ganss公式，并计算线积分：

$$I=\oint_{L^+} xdy-ydx$$

其中L^+为上半球面$x^2+y^2+z^2=1$，$z\geq 0$与柱面$x^2+y^2=x$的交线，从z轴正向往下看，正向取逆时针方向.

16. 用正交变换化二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_2^2-2x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3+8x_2x_3$为标准形，并写出该二次型的正、负惯性指数及符号差.

17. 叙述齐次线性方程组的一个基础解系的条件. 另设$A=(a_{ij})_{n\times n}$，$r(A)=n$，求$BX=O$的一个基础解系，其中$B=(a_{ij})_{r\times n}$，$r<n$，X为n元列向量.

18. 设$A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 4\\ 0 & -3 & 5\\ 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$，问$(A+2I)^{-1}$是否与$B=\begin{bmatrix}1/3 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1/5\end{bmatrix}$相似？为什么？

19. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为总体$N(\mu,\sigma^2)$的样本，写出似然函数，并求$P(\overline{X}<t)$的极大似然估计（其中$\overline{X}$为样本均值）.

kaoyan.com

20. 设X、Y相互独立，同分布，已知X的分布律为

$$P(X=i)=\frac{1}{3},\quad i=1,2,3$$

$Z=\max(X,Y)$，$W=\min(X,Y)$. (1) 求X的分布函数；(2) 求(Z,W)的联合分布律.

四、证明题（本题共2小题，每小题5分，共计10分）

21. 叙述$f(x)$在x_0处的泰勒公式. 若$f(x)$在$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导，且$f(a)=f(b)=1$，证明存在$\xi,\eta\in(a,b)$，使得$e^{\eta-\xi}[f(\eta)+f'(\eta)]=1$.

download.kaoyan.com

22．叙述 tr(A)的定义. 另证明不存在 n 阶方阵 A、B 使得 $AB-BA=I$.

kaoyan.com

download.kaoyan.com