武 汉 大 学

2002年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：数学分析 **科目代码：355**

注明：所有的答题内容必须答在答题纸上，凡答在试题上的一律无效。

一、（14分）设 $x_0>0$，$x_{n+1}=2+\dfrac{1}{\sqrt{x_n}}$，求：$\lim\limits_{n\to+\infty}x_n$.

二、（16分）计算 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_0^x \sin t\,dt}{x}$，$=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_0^x t\cos\frac{1}{t}\,dt}{x^2}$.

三、（14分）判断 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin(\pi\sqrt{n^2+1})$ 的敛散性.

四、（14分）计算 $\lim\limits_{x\to+\infty}\int_1^{+\infty}\dfrac{e^{-xy}}{1+y^2}dy$.

五、（14分）计算积分 $I=\iiint\limits_D z\,dxdydz$，其中$D$是夹在两球面 $x^2+y^2+z^2=2az$ 和 $x^2+y^2+z^2=az$ 之间部分. $\frac{15\pi}{8}a^4$

六、（14分）计算 $I=\oint\limits_{\partial\Omega}(x\cos\langle v,x\rangle+y\cos\langle v,y\rangle)ds$，其中$\Omega\subset\mathbb{R}^2$为有界区域，$v$为$\partial\Omega$的外法线方向，$\langle v,x\rangle$为$v$与$x$轴的夹角.

七、（14分）设$f(x)$在$[0,+\infty)$上连续，且 $\int_0^{+\infty}f(x)dx$ 绝对收敛，证明：$g(y)=\int_0^{+\infty}f(x)\sin xy\,dx$ 在$y\in\mathbb{R}$上一致连续.