

## 河南财经学院

### 2009 年硕士研究生入学考试业务课试题

学科专业：人文地理学

考试科目：高等数学（共 150 分）

一、求极限（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）：

1. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(\sqrt{n^2 + 1}\pi)$ 。

2. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+x}{1-e^{-x}} - \frac{1}{x} \right)$ 。

二、设函数  $f(x)$  在  $x=2$  的某个邻域内可导，且  $f'(x) = e^{f(x)}$ ，

$$f(2)=1,$$

证明： $f'''(2) = 2e^3$ 。（本题共 1 题，共计 15 分）。

三、求导数（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）

1.  $y = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}$ ，求  $y'|_{x=0}$ 。

2.  $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^0 x \sin t^2 dt$ 。

四、证明方程  $x^5 + 5x + 1 = 0$  在区间  $(-1, 0)$  内有唯一的

实根（本题共 1 题，共计 15 分）。

五、计算积分（本题共 3 题，每 1 小题 15 分，共计 45 分）

1. 求  $I = \int \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx$ 。

2. 设  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上连续，且满足

$$f(x) = x^2 \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt, \text{ 试求 } f(x).$$

3. 求  $\iint_D (\frac{y}{x})^2 dx dy$ ，其中  $D$  是由直线  $x=2$ ， $y=x$  与双曲线  $xy=1$  所围区域。

六、讨论级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1}$  是绝对收敛，还是条件收敛或发散。（本题共 1 题，共计 15 分）。