

河南财经学院

2010 年硕士研究生入学考试业务课试题

学科专业：人文地理学

考试科目：高等数学（共 150 分）

一、极限问题（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）：

1. 我国春秋战国时期折哲学家庄子在《庄子天下篇》关于“截丈问题”这样描述“一尺之棰，日截其半，万世不竭”，试用数学的语言加以描述，并体会其中的极限思想。

2. 设函数 $f(x)$ 二次可导，且 $f(0)=0$, $f'(0)=1$, $f''(0)=2$, 试求

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2}.$$

二、若 $f(x)$ 是偶函数，且 $f'(0)$ 存在，证明： $f'(0)=0$ （本题共 1 题，共计 15 分）。

三、求导数（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）

1. $y = (1 + e^{2x})(1 + e^{4x}) \cdots ((1 + e^{2^n x}))$, 求 $y'(0)$ 。

2. 设 $f(x) = \frac{1}{1+x}$, 求 $f'(f(x))$ 。

四、证明不等式 $\frac{a-b}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{a-b}{b}$, ($a > 0, b > 0$)

（本题共 1 题，共计 15 分）。

五、计算积分（本题共 2 题，每 1 小题 15 分，共计 30 分）

1. 求不定积分 $I = \int \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x dx$ 。

2. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中 D 是由圆环 $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2$ 所围的闭区域。

六、设 $z = f(x^2, \frac{y^2}{x})$, f 具有连续二阶偏导数。求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ (本题共 1 题, 共计 15 分)。

七、若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ 均收敛, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 绝对收敛 (本题共 1 题, 共计 15 分)。