试卷编号：B

河南师范大学
二〇〇八年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码：601 名称：数学分析 适用专业或方向：数学

（必须在答题纸上答题，在试卷上答题无效，答题纸可向监考老师索要）

一．（16分，每小题8分）

1）$\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x(1-\cos\sqrt{x})}$　　2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$

二．（16分）设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ 存在，证明 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续。

三．（17分）设 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续可导，并且 $\int_a^b g(x)dx=0$，证明存在一点 $\xi\in(a,b)$，使得 $f'(\xi)\int_a^{\xi}g(x)dx+2f(\xi)g(\xi)+g'(\xi)\int_a^{\xi}f(x)dx=0$

四．（17分）设 $f_1(x)$ 在有限闭区间 $[a,b]$ 上连续，定义

$f_{n+1}(x)=\int_a^x f_n(t)dt$,（$n=1,2,\cdots$），证明 $\{f_n(x)\}$ 在 $[a,b]$ 上一致收敛到零。

五．（17分）$I=\int_1^3 dx\int_{3/x}^{(13-4x)/(4-x)}(y-4)dy$

六．（17分）设 S 是椭球面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$

1）写出过S上 (x,y,z) 的切平面方程；

2）假设 $\rho(x,y,z)$ 表示原点到S上过 (x,y,z) 切平面的距离，求第一型曲面积分

$$I=\iint\limits_S \rho(x,y,z)dS$$

七.（16分）已知方程 $\sin(x+y)+\sin(y+z)=1$ 确定的隐函数 $z=z(x,y)$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

八.（17分）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续可导，且 $f(a)=f(b)=0$，证明

$$\int_a^b |f(x)|\,dx \le \frac{(b-a)^2}{4}\max_{a\le x\le b}|f'(x)|$$

九.（17分）求抛物面 $x^2+y^2=z$ 被平面 $x+y+z=1$ 所截的椭圆上的点到原点的最大距离。