

类别: A 卷试题

河南师范大学

二〇〇八年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 802 名称: 量子力学 适用专业或方向: 物理学一级学科各专业(包括: 理论物理、粒子物理与原子物理、原子与分子物理、凝聚态物理、光学)
(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

一、简答题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (30 分)

1. 写出索末菲的量子化条件。 $\oint p dq = nh$
2. 什么是定态? 定态有什么特征? 能量取确定值的状态
3. 写出角动量分量 \hat{L}_x 和 \hat{L}_y 之间的对易关系。 $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z$
4. 斯特恩——盖拉赫实验证明了什么? 轨道角动量的空间量子化
5. 在简单塞曼效应中, 没有外磁场时的一条谱线在外磁场中分裂为几条?

二、填空题 (在答题纸上写明题号, 将正确答案写在题号后) (22 分)

1. 波函数的自然条件为 单值、有限、连续、归一化
2. 设粒子的归一化状态波函数为 $\psi(r, \theta, \varphi)$, 则在点 (r, θ, φ) 周围的体积元 $d\tau = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ 内找到粒子的几率为 $|\psi(r, \theta, \varphi)|^2 d\tau$
3. 表示力学量的厄米算符的所有本征函数构成 完备正交归一系, 力学量的取值范围就是该算符的所有 本征值。
4. 力学量算符在自身表象中的表示是一个 对角 矩阵; 同一个力学量算符在不同表象中的表示通过一个 幺正 矩阵相联系。
5. 对于全同粒子体系, 由于任意交换两个粒子, 体系的状态 不变, 所以体系的状态只能用 对称 或 反对称 的波函数表示。

三、选择题 (在答题纸上写明题号, 选择一个正确答案写在题号后) (12 分)

下列哪个不是线性厄米算符: (C)

(a) $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ (b) $-i \frac{\partial}{\partial x}$ (c) $\frac{\partial}{\partial t}$ (d) $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

2. 下列说法正确的是: (A)

- (a) 厄米算符在任何状态下的平均值必为实数。
- (b) 任意力学量算符总有相对应的经典力学量。
- (c) 两个不对易的力学量算符一定没有共同本征态。

(d) 若 $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$, $[\hat{A}, \hat{C}] = 0$, 则 $[\hat{B}, \hat{C}] = 0$ +

3. $\hat{L}_x = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$, 则 $[\hat{L}^2, \hat{L}_x] =$: (b)

(a) \hbar (b) 0 (c) $\frac{\hbar^2}{4}$ (d) $i\hbar \hat{L}_z$

已知 \hat{H} 的本征值为 E_n ，对应的正交归一的本征态为 $|n\rangle$ ，若体系的状态为

$$|\psi\rangle = \frac{3}{\sqrt{25}}|2\rangle + \frac{4}{\sqrt{25}}|9\rangle, \text{ 则在 } |\psi\rangle \text{ 下体系能量的平均值为: } (\quad)$$

(a) $\frac{9}{25}E_2 + \frac{16}{25}E_9$ (b) $E_2 + E_9$ (c) $\frac{9}{\sqrt{25}}E_2 + \frac{16}{\sqrt{25}}E_9$ (d) $\frac{3}{25}E_2 + \frac{4}{25}E_9$

四、证明题 (26 分)

1. $f(x)$ 是 x 的可微函数，证明 $[\hat{P}_x, f(x)] = -i\hbar \frac{\partial f(x)}{\partial x}$ 。(10 分)

2. 在 \hat{s}_z 本征态 $\chi_{\frac{1}{2}}(s_z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 下，证明 $\overline{(\Delta s_x)^2} = \frac{\hbar^2}{4}$ 。

(已知 $\overline{(\Delta s_x)^2} = \overline{(s_x - \bar{s}_x)^2} = \overline{s_x^2} - \bar{s}_x^2$) (16 分)

3. 设质量为 m 的粒子的势能为 $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x < 0, x > a \end{cases}$ ，求势阱中粒子的能级和对应的波函数 (20 分)

4. 设一体系未受微扰作用时有两个能级： E_{01} 及 E_{02} ，现在受到微扰 \hat{H}' 的作用，微扰矩阵元为 $H'_{12} = H'_{21} = a$ ， $H'_{11} = H'_{22} = b$ ； a 、 b 都是实数。用微扰公式求能量至二级修正值。(20 分)

5. \hat{A}, \hat{B} 为厄米算符，它们的本征值都是非简并的， $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$ ， $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ ，

1. 求算符 \hat{A}, \hat{B} 的本征值。(10 分)

2. 在 A 表象下求算符 \hat{A}, \hat{B} 的矩阵表示。(10 分)