

# 河南师范大学

## 二〇〇八年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 602 名称: 高等数学 适用专业或方向: 物理各专业  
(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

1. 有一质量为  $16\pi$  克的膨胀的圆形, 其半径的变化率为 2 厘米/秒, 问当圆形半径为 2 厘米时, 圆形的密度的变化率是多少? (10 分)
2.  $\cos(xy) = x + y$ , 求  $dy/dx$ . (10 分)
3. 测得正方体的边长为  $2.0 \pm 0.05$  米, 求正方体的体积并估计它的绝对误差和相对误差?。(10 分)
4. 一圆锥体的高以每秒 10 厘米的速率减小, 底半径以每秒 5 厘米的速率增加, 求当高为 100 厘米底半径为 50 厘米时, 其体积的变化率。(12 分)
5. 展开函数  $f(x) = \cos x$  为  $x + \frac{\pi}{3}$  的幂级数, 并写出其收敛区间。(12 分)
6. 设物体在空气中的冷却速度正比于该物体的温度和它周围空气的温度之差。把温度为  $T_0$  度的物体放入温度恒为  $a$  度的室内, 求物体温度  $T$  与时间  $t$  的关系 (15 分)
7. 求通解:  $y'' + 2y' + 5y = 17 \cos(2x)$ 。(15 分)
8. 已知矩阵  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$ , 求 (1) 它的特征值和与最小特征值对应的特征矢量  
(2) 它的逆矩阵。(12 分)
9. 设  $u = (x + y)/2, v = (x - y)/2, w = ze^y$ , 取  $u, v$  为新自变量,  $w = w(u, v)$  为新函数且具有二阶连续偏导数, 变换方程  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial x} = z$  为新变量的形式。  
(12 分)
10. 求  $\int_{(1,-1)}^{(1,1)} (x-y)(dx-dy)$  的值。(15 分)
11. (1) 利用二重积分去证明:  $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, (a > 0)$ 。(10 分)  
(2) 展开函数  $f(x) = \cos(ax), (-\pi \leq x \leq \pi)$  为正弦函数, 其中  $a$  不为整数。  
(5 分)
12. 有一半径为  $r$  的球沉入水中, 它与水面相接, 比重与水相同, 问将球从水中取出需做多少功? (12 分)