试卷编号：A

河南师范大学
二〇〇九年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码：601 名称：数学分析 适用专业或方向：数 学

（必须在答题纸上答题，在试卷上答题无效，答题纸可向监考老师索要）

一（16分，每小题8分）求下列极限：

1）$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2}^{n}\ln(1-\frac{1}{k^2})$；　2）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\arcsin x}{\sin^3 x}$

二.（16分,每小题8分）1)已知函数的参数方程为$\begin{cases}x=\ln(1+t^2)\\ y=t-\arctan t\end{cases}$，求$\frac{d^2y}{dx^2}$.

2）求$\int\frac{arctg\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{x^3}}dx$

三（17分）设函数$f(x)$在$[0,2]$上二次连续可微，且$f(0)=f(1)=0$，证明存在一点$\xi\in(0,2)$使得$f''(\xi)=f(2)$。

四（17分）设有函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(x+\frac{1}{n})^n}$；$x\in[0,+\infty)$，试求其收敛域，并讨论它的一致收敛性。

五（17分）证明$\sum\limits_{1}^{\infty}a_n$与$\sum\limits_{1}^{\infty}(1+\frac{1}{n})a_n$同时敛散。

六（17分）. 设S是单位球面的外侧，求$I=\oint\!\!\!\!\oint_S x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$。

七（17分）设$\varphi(s,t)$具有一阶连续偏导数，对任意两个实数α,β，令$u=x^n\varphi(\frac{y}{x^\alpha},\frac{z}{x^\beta})$，证明$x\frac{\partial u}{\partial x}+\alpha y\frac{\partial u}{\partial y}+\beta z\frac{\partial u}{\partial z}=nu$。（n为自然数）

八（16 分）（1）当$|t|\le 1$时，证明$|e^t-1-t|\le t^2$；

（2）证明函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{x(x^2+y^2)}}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0);\\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$在$(0,0)$可微。

九（17 分）求函数$u=x-2y+2z$在球面$x^2+y^2+z^2=1$上的最大值。

$\cos\alpha\cos\beta-2\cos\alpha\sin\beta+2\sin\alpha$.