

试卷编号: B 卷

# 河南师范大学

## 二〇一〇年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 602 名称: 高等数学 适用专业或方向: 物理类  
(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

1. 一细铁杆在  $[0, x]$  一段的质量为  $\frac{1}{3}\pi\rho x^3$  ( $\rho$  为常数), 求  $x=2$  处铁杆的线密度。(10 分)
2. 设  $u = \frac{x}{10-x}$ , 若度量  $x$  的值为  $0.2 \pm 0.001$ , 求计算  $u$  所引起的相对误差。(10 分)
3. 求解微分方程  $y' + 3y = 8$ , 其中边界条件为  $y(0) = 2, (x \geq 0)$ 。(10 分)
4. (1) 若  $f(x, y, z) = x^2z - yz^3 + x^4$  求  $df$ 。(10 分)  
(2) 设  $z = \frac{y^2}{3x} + \varphi(xy)$ , 证明有  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$  (10 分)
5. 求 (1)  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3-2x}}$ , (2)  $\int x \sin(2x) dx$ ,  
(3) 一质点作直线运动, 已知其速度  $v = 2t + 4$  (米/秒), 求在前 10 秒内质点所经过的路程。(共 20 分)
6. 说明矢量  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$  是相互正交的, 再利用它们构建出一个三维向量空间中的正交归一基底 (10 分)
7. 设有底为等边三角形的直柱体, 体积为  $V$ , 要使其总的表面积为最小, 问底边的长应是多少? (10 分)
8. 证明在  $-\infty < x < \infty$ , 双曲余弦函数的如下的泰勒展式成立

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \quad (10 \text{ 分})$$



9. 计算  $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$ , 其中  $D$  是区域  $x^2 + y^2 \leq a^2$ 。(15 分)

10. (1) 证明  $\vec{F} = (2xy + 3)\vec{i} + (x^2 - 4z)\vec{j} - 4y\vec{k}$  是保守力场 (无旋场), (2) 求  $\varphi$  使得  $\vec{F} = \nabla \varphi$ , (3) 计算  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , 其中  $C$  是从点  $(3, -1, 2)$  到  $(2, 1, -1)$  的任意道路。(20 分)

11. 已知  $\int_0^1 f(ax) da = \frac{1}{2}f(x) + 1$ , 求  $f(x)$ 。(15 分)