

试卷编号: A 卷试题

河南师范大学

2012 年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 803 名称: 量子力学 适用专业或方向: 物理学一级学科各专业(包括: 理论物理、粒子物理与原子核物理、原子与分子物理、凝聚态物理、光学、无线电物理)
(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

一、简答题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (30 分)

1. 已知粒子的归一化波函数为 $\psi(r, \theta, \varphi)$, 写出在点 (r, θ, φ) 周围的体积元 $d\tau = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ 内找到粒子的几率。
2. 什么叫定态? 定态的叠加是否仍为定态?
3. 量子力学中, 微观粒子 x 方向的坐标 \hat{x} 和 x 方向的动量 \hat{p}_x 是否可以同时具有确定值?
4. 一维自由粒子的哈密顿算符 \hat{H} 、动量算符 \hat{p}_x 和坐标算符 \hat{x} 中, 哪些是守恒量?
5. 什么是全同性原理? 它和泡利不相容原理的关系是什么?

二、填空题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (21 分)

1. 康普顿效应是指_____。
2. 已知氢原子的归一化波函数为 $Y = \frac{1}{\sqrt{2}}(Y_{21} + Y_{10})$, Y_{lm} 为球谐函数, 则电子的角动量平方算符 \hat{L}^2 的本征值为 $6\hbar^2$ 的几率为_____。
3. $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] =$ _____ ; $\{\sigma_x, \sigma_y\} =$ _____。
4. 和电子自旋有关的三个实验根据分别为 _____、
_____和_____。

三、选择题 (在答题纸上写明题号, 选择一个正确答案写在题号后) (12 分)

1. 下列说法正确的是: ()
 - A. 微观粒子是由波构成的, 一个自由粒子占满整个空间。
 - B. 斯塔克效应验证了德布罗意波的存在。
 - C. 自旋为 \hbar 的整数倍的粒子所组成的全同粒子体系的波函数是对称的, 这类粒子服从玻色-爱因斯坦统计, 称为玻色子称为玻色子。
 - D. 若厄米算符 \hat{A}, \hat{B} 满足 $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hbar$, 则 $\overline{(\Delta A)^2} \cdot \overline{(\Delta B)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}$ 。

2. 下列哪个算符是厄米算符? ()

- A. i B. $-i$ C. $-i\frac{\partial}{\partial x}$ D. $\frac{\partial}{\partial x}$

3. 在坐标表象中, 算符 \hat{x} 对应本征值 x' 的本征函数表示为: ()

- A. $|x\rangle$ B. $\delta(x-x')$ C. $\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{\frac{i}{\hbar}kx}$ D. $\delta(x)$

4. 电子的自旋角动量 \vec{S} 在空间任何方向上的投影为: ()

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}\hbar$ B. $\pm\hbar$ C. $\frac{1}{2}\hbar$ D. $\pm\frac{1}{2}\hbar$

四、证明题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (27分)

1. 证明: $[\hat{x}, \hat{p}_x f(x) \hat{p}_x] = i\hbar(\hat{p}_x f(x) + f(x) \hat{p}_x)$. (12分)

2. 设 $\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$, 证明: $[\sigma_+, \sigma_-] = 4\sigma_z$. (15分)

五、计算题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (20分)

一维谐振子在 $t=0$ 时的归一化波函数为 $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{5}}\psi_0(x) + \sqrt{\frac{1}{2}}\psi_2(x) + C_3\psi_3(x)$,

其中 $\psi_n(x)$ 是谐振子的能量本征函数, 求 (1) C_3 的数值; (2) 在 $\psi(x,0)$ 态中能量的可能值, 相应几率及平均值。

六、计算题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (20分)

已知: $\hat{H} = \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & a & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2+a \end{pmatrix}$, $\hat{H}^{(0)} = \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, a 为很小的实数, 用微

扰法求体系的定态能量的近似解 (到二级近似)。

七、计算题 (在答题纸上写明题号, 将答案写在题号后) (20分)

在 \hat{s}_z 本征态 $\chi_{\frac{1}{2}}(s_z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 下, 求 $\overline{(\Delta s_x)^2}$ 。

(提示 $\overline{(\Delta s_x)^2} = \overline{(s_x - \bar{s}_x)^2} = \overline{s_x^2} - \bar{s}_x^2$)