青岛大学2010年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 815 科目名称: 量子力学 （共2页）

请考生写明题号，将答案全部答在答题纸上，答在试卷上无效

一、（30分）简述量子力学的五个基本原理（或基本原理）

二、（第1小题20分，第2小题15分，共35分）

1. 一个微观粒子在一维无限深势阱中运动，势阱的形状如下：

$$u(x)=\begin{cases}0 & 0<x<a\\ \infty & x<0, x>a\end{cases}$$

求粒子的本征能量和本征波函数。

2. 若在上述势阱中运动粒子的状态为

$$\psi=A\left(\cos\frac{2\pi x}{a}\sin\frac{\pi x}{a}+\sin\frac{2\pi x}{a}\right)$$

求粒子能量的几率分布和能量平均值。

三、（第1小题15分，第2小题20分，共35分）

角动量算符 $\hat{L}$ 的三个分量分别为 $\hat{L}_x$、$\hat{L}_y$ 和 $\hat{L}_z$，现定义算符

$$\hat{L}_+=\hat{L}_x+i\hat{L}_y,\quad \hat{L}_-=\hat{L}_x-i\hat{L}_y$$

1. 证明：（a） $\hat{L}^2\hat{L}_\pm\left|lm\right>=l(l+1)\hbar^2\hat{L}_\pm\left|lm\right>$；

（b） $\hat{L}_z\hat{L}_\pm\left|lm\right>=m(l\pm1)\hbar\hat{L}_\pm\left|lm\right>$

2. 在 $\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$ 的共同本征态 $\left|lm\right>$ 下，

$$\overline{(\Delta\hat{L}_x)^2}=\overline{(\Delta\hat{L}_x)^2}=\frac{\hbar^2}{2}\left[l(l+1)-m^2\right]。$$

四、（第1小题12分，第2小题18分，共30分）

设体系的哈密顿算符 $\hat{H}$ 在“$\hat{H}^{(0)}$”表象中的矩阵为

$$\hat{H}=\begin{pmatrix}E_1^0+d & 0 & a\\ 0 & E_2^0+d & b\\ a & b & E_3^0+d\end{pmatrix}$$

其中 $E_1^0<E_2^0<E_3^0$ 均为 $\hat{H}^{(0)}$ 的本征值，a,b,c 均为实数，求

1. $\hat{H}_0$和$\hat{H}'$在"$\hat{H}^{(0)}$"表象中的矩阵形式；

2. 求能量E_1、E_2和E_3至能级的二级修正。

五、（20 分）已知$\hat{\boldsymbol{S}}_z$表象中$\chi_{\frac{1}{2}}(S_z)$、$\hat{\boldsymbol{S}}_x$、$\hat{\boldsymbol{S}}_y$的矩阵表示分别为

$$\chi_{\frac{1}{2}}(S_z)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \hat{\boldsymbol{S}}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix} \qquad \hat{S}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},$$

求在自旋态$\chi_{\frac{1}{2}}(S_z)$中，$\hat{\boldsymbol{S}}_x$和$\hat{\boldsymbol{S}}_y$的测不准关系：

$$\overline{(\Delta S_x)^2}\,\overline{(\Delta S_y)^2}=?$$