

青岛大学 2011 年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 824 科目名称: 运筹学(1) (共 3 页)

请考生写明题号, 将答案全部答在答题纸上, 答在试卷上无效

第一题 (18 分): 简答题

- (1) 简述线性规划问题的可行解、基可行解以及最优解之间的关系。(10 分)
- (2) 简述整数规划问题的最优解与它的松弛问题的最优解之间的关系。(8 分)

第二题 (12 分): 判断对错 (每题 3 分)

- (1) 线性规划问题一定存在最优解。
- (2) 若线性规划问题存在可行解, 其对偶问题不一定存在可行解。
- (3) 用西北角法求得的产销平衡运输问题的初始基可行解一定是最优解。
- (4) 线性规划问题的目标函数中系数的变化不会影响到检验数的变化。

第三题 (40 分): 设有如下线性规划问题:

$$\max Z=2x_1+x_2$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 2 \\ x_1+2x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- (1) 将该线性规划问题化为标准形式;(5 分)
- (2) 用图解法求解该线性规划问题;(8 分)
- (3) 利用单纯形法求解该线性规划问题;(10 分)
- (4) 说明该线性规划问题有唯一最优解、无穷多最优解、还是无界解;(5 分)
- (5) 指出单纯形法求解过程中每一步所得基可行解分别对应图解法中的哪一个顶点;(6 分)
- (6) 设目标函数中 x_2 的系数 1 有扰动, 即 $(1+\lambda)$, 其他条件不变。试分析 λ 在什么范围内变化时, 问题的最优基不变。(6 分)

第四题 (20 分): 若线性规划的原问题如下:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = CX \\ & \begin{cases} AX \leq b \\ X \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- (1) 写出其对偶问题；(8 分)
- (2) 若 \bar{X} 为原问题的可行解， \bar{Y} 为其对偶问题的可行解，证明： $C\bar{X} \leq b'\bar{Y}$ ；
(6 分)
- (3) 若 \bar{X} 为原问题的可行解， \bar{Y} 为其对偶问题的可行解，且有 $C\bar{X} = b'\bar{Y}$ ， 证
明： \bar{X} 为原问题的最优解， \bar{Y} 为其对偶问题的最优解。(6 分)

第五题 (10 分)： 对下述问题建立 0-1 型整数规划问题的数学模型：

已知某投资公司有资金总额为 a 元，可选择投资项目有 n 个。设第 j 个项目所需投资额及预期收益分别为 a_j 元和 c_j 元 ($j=1,2,...,n$)。投资必须符合如下条件：第一，项目 1、2 和 3 中至少选择两个；第二，若选择项目 4，就必须同时选择项目 5，反之不一定；第三，项目 6 和 7 中恰好选择一个。应当如何投资项目，使得总的预期收益最大？

第六题 (30 分)： 某公司的产品有 2 个产地和 3 个销地。各产地的产量、各销地的销量（吨）和各产地到各销地的单位运价（万元/吨）见下表：

销地 \ 产地	B1	B2	B3	产量（吨）
A1	3	1	2	8
A2	1	4	3	12
销量（吨）	6	9	5	

- (1) 用最小元素法或西北角法确定初始调运方案；(5 分)
- (2) 用闭回路法或位势法检验上述初始调运方案是否最优；(10 分)
- (3) 用解的改进方法求出最优解；(10 分)

- (4) 说明最优解是否唯一，为什么？（5分）

第七题（20分）：设有如下 0-1 型整数规划问题

$$\max z = x_1 - x_2 + 3x_3$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3 = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases}$$

- (1) 用隐枚举法求解；（12分）
- (2) 对求解该类 0-1 型整数规划问题，谈谈你的想法，如何在求解过程中减少运算量。（8分）