

曲阜师范大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称: 光学 物理电子学 理论物理 凝聚态物理
 考试科目名称: 量子力学

注意 事项	1. 试题共 2 页。 2. 答案必须写在答题纸上, 写明题号, 不用抄题。 3. 试题与答题纸一并交上。 4. 须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答, 字迹清楚。
----------	--

一、(10 分) 什么是不确定关系 (测不准关系)? 并举例说明利用它可以解释哪些物理现象。

二、(10 分) 若算符 A, B 满足对易关系 $[A, B] = \lambda B$, 证明: $[A, B^n] = n\lambda B^n$ 。

三、(20 分) 设粒子的波函数 $\psi(x) = A\left(\frac{x}{a}\right)^n e^{-x/a}$ 是一维势 $V(x)$ 中粒子能量的本征态, 其中 A, a 和 n 为常数。当 $x \rightarrow \infty$ 时, $V(x) \rightarrow 0$ 。试求势能和粒子的能量。粒子的质量为 m 。

四、(20 分) 粒子的波函数为

$$\psi(x) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi^{1/4}} e^{-\alpha^2 x^2 / 2},$$

α 是实常数。求粒子的坐标和动量涨落 (或起伏), 并给出其不确定关系。

五、(30 分) 一质量为 μ 的粒子在 0 到 a ($a > 0$) 的一维无限深势阱中运动。

(1) 试求其能量本征值 E_n 及相应本征波函数 $\psi_n(x)$

(2) 设 $t=0$ 时粒子处于归一化波函数 $\Psi(x,0) = \sqrt{\frac{8}{5a}}(1 + \cos \frac{\pi x}{a}) \sin \frac{\pi x}{a}$ 所描写

的状态中, 试问 $\Psi(x,0)$ 中测量能量时可能的结果是什么? 测得能量的平均值是多少?

六、(30 分) 一个两能级体系, 哈密顿量为 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$, 在 \hat{H}_0 表象中, \hat{H}_0 和 \hat{H}' 的矩阵表示为:

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1^0 & 0 \\ 0 & E_2^0 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}' = \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$$

设 $E_1^0 < E_2^0$, \hat{H}' 视为微扰, b 表征微扰强度, 试求:

(1) \hat{H} 本征值的精确解

(2) 用微扰论方法求解能量的一级修正和二级修正, 并和精确解比较。

七、(30 分) 算符的矩阵表示为

$$S_n = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

(1) 求出算符 S_n 的本征值和本征函数 (附三角函数公式 $\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \tan \frac{\theta}{2}$)。

(2) 若自旋为 $1/2$ 的粒子在 S_n 的本征函数所表示的态中, 测量 S_z 的结果是什么?

八、(20 分, 选做题, 不计入总分, 录取时参考。)

(1) 质量为 μ 的两全同粒子在 0 到 a ($a > 0$) 的一维无限深势阱中运动, 粒子的自旋为 0, 粒子之间没有相互作用, 写出系统两个最低的能级、简并度和波函数。

(2) 同 (1), 但粒子的自旋为 $1/2$ 。