

阜师范大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称: 运筹学与控制论专业(控制论方向); 系统分与集成专业

考试科目名称: 常微分方程

注	1. 试题共 <u>2</u> 页。
意	2. 答案必须写在答题纸上, 写明题号, 不用抄题。
事	3. 试题与答题纸一并交上。
项	4. 须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答, 字迹清楚。

求解下列微分方程 (每题 8 分, 共 56 分)

1. $(x+2y)dx - xdy = 0$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x} + \frac{x^2}{2y}$
3. $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+1}{x+y-3}$
4. $x dx + \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2} = 0$
5. $(2xy + x^2y + \frac{y^3}{3})dx + (x^2 + y^2)dy = 0$
6. $y'^3 - 4xyy' + 8y^2 = 0$
7. $yy'' + y'^2 = 0$

求下列方程满足给定初始条件的解 (每题 10 分, 共 20 分)

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2-1}{2}, y(0)=1$
2. $\frac{dy}{dx} = 2\sqrt{|y|}, y(0)=0$

三. 叙述初值问题 (10 分)

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \text{ 解的存在与唯一性定理}$$

四. 用常数变易法求下列微分方程的通解 (每题 10 分, 共 20 分)

$$1. y'' + y = \frac{1}{\cos x}$$

$$2. y'' - y = 2e^x$$

五. 用拉普拉斯变换法求解方程 (每题 10 分, 共 20 分)

$$1. y'' - y = 4\sin + 5\cos 2t; y(0) = -1, y'(0) = -2$$

$$2. y'' - 2y' + y = te^t; y(0) = 0, y'(0) = 0$$

六. 求解方程组 (14 分)

$$x' = y - 5\cos t, y' = 2x + y$$

七. 讨论方程组 (10 分)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 - x_2^3 \end{cases}$$

零解的稳定性, 并进行验证。