

曲阜师范大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称: 系统分析与集成
 考试科目名称: 常微分方程

注 意 事 项	1. 试题共 <u>1</u> 页。 2. 答案必须写在答题纸上, 写明题号, 不用抄题。 3. 试题与答题纸一并交上。 4. 须用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答, 字迹清楚。
------------------	---

一、求解下列微分方程 (每小题 10 分, 共 60 分)

1 $y' - e^{x-y} + e^x = 0$

2 $\sqrt{1+x^2} y' \sin 2y = 2x \sin^2 y + e^{2\sqrt{1+x^2}}$

3 $e^y dx + (xe^y - 2y) dy = 0$

4 $(x^2 + y^2 + 2x) dx + 2y dy = 0$

5 $xy' + y = x^3 y^6$

6 $y'' + y = x + 3 \sin 2x + 2 \cos x$

二 设 $f(x)$ 在实轴上连续, $f'(0)$ 存在, 且具有性质 $f(x+y) = f(x)f(y)$, 试求出 $f(x)$ 。(20 分)

三 证明: $y = e^{-\int_{x_0}^x q(t) dt} (y_0 + \int_{x_0}^x p(s) e^{\int_{x_0}^s q(t) dt} ds)$ 是一阶线性方程 $y' + q(x)y = p(x)$

满足初始条件 $y(x_0) = y_0$ 的特解。(20 分)

四 求解下列微分方程 (每小题 10 分, 共 20 分)

1 $\begin{cases} y dx + (y-x) dy = 0 \\ y(0)=1 \end{cases}$

2 $\begin{cases} 2y'' + (y')^2 = y \\ y(0) = 2, y'(0) = 1 \end{cases}$

五 求 xoy 平面上一曲线, 使其过每点的切线同该点的向径及 oy 轴一起构成一个等腰三角形。(可求出一种情况)。(20 分)

六 考察方程组 (10 分)

$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 - x_2^3 \end{cases}$ 零解的稳定性。