曲阜师范大学　2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业名称：计算机应用技术

考试科目名称：高等数学 B（含线性代数）(B 卷)

注	1.试题共 3 页。
意	2.答案必须写在答题纸上，写明题号，不用抄题。
事	3.试题与答题纸一并交上。
项	4.须用蓝、黑色钢笔或签字笔作答，字迹清楚。

一、 选择题（每题 4 分，共 20 分）

1. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在原点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 连续，偏导数存在　　(B) 连续，偏导数不存在

(C) 不连续，偏导数存在　　(D) 不连续，偏导数不存在

2. 设 a 为常数，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sin(na)}{n^2}\right)$（　　）.

(A) 绝对收敛，(B) 条件收敛，(C) 发散，(D) 与 a 有关

3. 函数 $f(x)$ 在 x_0 点取极值，则正确的是（　　）.

(A) $f'(x_0)=0$　　(B) $f''(x_0)<0$

(C) $f'(x_0)=0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在　　(D) $f'(x_0)$ 不存在

4. A, B 为 n 阶矩阵，A 与 B 相似，则（　）.

(A) $\lambda E-A=\lambda E-B$　　(B) A,B 的特征方程相同

(C) 存在正交矩阵 T，使得 $T^{-1}AT=B$　　(D) 存在可逆矩阵 P，使得 $P'AP=B$

5. 向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s(s\geq 2)$ 线性相关的充要条件是（　　）.

(A) $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中至少有一个零向量

(B) $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中至少有两个向量成比例

(C) $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中至少有一个向量可由其余向量线性表示

(D) $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中任何一部分线性相关

二、 **填空题（每题 4 分，共 20 分）**

1. 设常数$k>0$，函数$f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$ 在$(0,+\infty)$内零点的个数是______.

2. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}f'(x)=k$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-f(x-a)]=$______.

3. 已知三阶方阵 A 的特征值为 1，−2， 3， 则 $|A^*+3A+E|=$ ________.

4. 若向量$\beta=(1,k,5)$可由$\alpha_1=(1,-3,2)$，$\alpha_2=(2,-1,1)$ 线性表示，则 $k=$ ______.

5. 设行列式$D=\begin{vmatrix}3&0&4&0\\2&2&2&2\\0&-7&0&0\\5&3&-2&2\end{vmatrix}$，则第四行各元素余子式之和

$M_{41}+M_{42}+M_{43}+M_{44}=$__________.

三、 **计算题（20 分）**

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\text{x-sin x}}{x^2(e^x-1)}$（5 分）

2. 已知$u+e^u=xy$，求$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ （5 分）

3. 计算行列式（10 分）

$$\begin{vmatrix}a_1+x&a_2&a_3&\dots&a_n\\a_1&a_2+x&a_3&\dots&a_n\\a_1&a_2&a_3+x&\dots&a_n\\\dots&\dots&\dots&\dots&\dots\\a_1&a_2&a_3&\dots&a_n+x\end{vmatrix}.$$

四、设 $a_1,a_2,\dots a_n$ 满足 $a_1-\dfrac{a_2}{3}+\dfrac{a_3}{5}+\dots+(-1)^{n-1}\dfrac{a_n}{2n-1}=0$, $a_i\in R,i=1,2,\dots n.$ 证明：方程 $a_1\cos x+a_2\cos 3x+\dots a_n\cos(2n-1)x=0$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 内 至少有一个实根。(10 分)

五、求$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$, 其中 Ω 是由曲面$x^2+y^2=2z$及平面 $z=2$所围成的闭区域。(10 分)

六、讨论x 取何值时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1+x^{2n}}$ 收敛；x何值，级数绝对收敛，级数条件收敛？(10 分)

七、设$F(x)=\begin{cases}\frac{\int_0^x tf(t)dt}{x^2}, x\neq 0\\ C, x=0\end{cases}$ 其中$f(x)$具有连续导数，且$f(0)=0$.

(1) 确定C使 $F(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续.

(2) 当取定C使$F(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续时，求 $F'(x)$.

(3) 并 问$F'(x)$在$(-\infty,+\infty)$内是否连续？(10 分)

八、计算$\oint_c \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2}$ ，其中 c 为一条无重点、分段光滑且不经过原 点的连续闭曲线，c 的方向为逆时针方向.（10 分）

九、证明：设$a_1,a_2,\ldots a_{m-1}$ (m>3) 线性无关，而$a_2,a_3,\ldots a_m$ 线性相关，试证明

(1) a_m可由$a_1,a_2,\ldots a_{m-1}$ 线性表示；

(2) a_1不能由$a_2,a_3,\ldots a_m$ 线性表示. (10 分)

十、. 求齐次线性方程组的基础解系和通解(10 分)

$$\begin{cases}x_1+2x_2+x_3-x_4=0,\\ 3x_1+6x_2-x_3-3x_4=0,\\ 5x_1+10x_2+x_3-5x_4=0;\end{cases}$$

十一、求一个正交变换$x=py$ 把二次型

$$f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$$

化为标准形，并判别该二次型是否正定？(20 分)