

山 东 师 范 大 学
2005 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学 (C 卷)

- 注意事项：1. 本试卷共 5 道大题（共计 10 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。
4. 考试结束后将本卷装入试题袋内，不得带走，否则以违纪论处。

* * * * *

1. (40 分) 质量为 μ 的粒子在二维无限深势阱

$$V(x, y) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi \\ \infty, & \text{其它} \end{cases}$$

中运动，若附加一势场 $V_1(x, y) = \lambda \cos x \cos y$

(1) 求 $\lambda = 0$ 时粒子的能量和波函数

(2) 在 λ 很小但不为零时，求第一激发态能量至 λ 项，基态能量至 λ^2 项

$$\left(\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \right)$$

2. (30 分) \hat{S} 和 \hat{S}^2 分别为电子的自旋角动量算符和自旋角动量平方算符

(1) 在 \hat{S}_z 和 \hat{S}^2 的共同表象中写出 $\hat{S}^2, \hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ 的矩阵形式

(2) 电子处于 $S_z = \hbar/2$ 的状态中测量 S_x 所得可能值及相应几率

3. (30 分) 内禀磁矩为 $\hat{\mu}_s = -e\hat{S}/(\mu c)$ 的电子 (\hat{S} 为电子的自旋角动量算符)，

处在磁场 $\vec{B} = (B_0 \cos \omega t, B_0 \sin \omega t, B)$ 中，电子内禀磁矩与磁场的相互

作用为 $-\hat{\mu}_s \cdot \vec{B}$ ，常数 $B_0 \ll B$ 。若 $t=0$ 时，电子自旋沿正 z 方向，

问 $t=t_0$ 时电子跃迁到负 z 方向的几率是多少？

4. (20 分) 质量为 μ 的高速运动粒子被中心势

$$V(r) = A \exp(-\alpha x^2) \quad (A > 0, \alpha > 0)$$

所散射。用 Born(玻恩)近似法求微分散射截面和总散射截面。

$$\text{公式: } \cos \beta = 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\beta}{2} \right), \quad \int_0^\infty \exp(-ax^2) \cos bxdx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(-\frac{b^2}{4a}\right)$$

5. (30 分) 完成下列各题

(1) 描写全同 Fermi (费米) 子体系和 全同 Bose (玻色) 子体系的波函数具有怎样的对称性?

(2) 质量为 μ 的粒子在势阱 $V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2, & x > 0 \end{cases}$ 中运动, 写出其能量

表达式

(3) 什么实验可以说明电子具有波动性?

(4) Planck (普朗克) 假设的内容是什么?

(5) $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为泡利矩阵, 写出 $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = ?$