

# 山东师范大学

## 硕士研究生入学考试试题

考试科目：离散数学

- 注意事项：1. 本试卷共 8 道大题（共计 10 个小题），满分 150 分；  
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；  
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。  
4. 考试结束后将本卷装入试题袋内，不得带走，否则以违纪论处。

\*\*\*\*\*

1. (20 分) 已知  $A_n = \left\{ x \mid 0 < x < 1 + \frac{1}{n} \right\}, n \in N$  (自然数集合),

求  $\bigcup_{n \in N} A_n$  及  $\bigcap_{n \in N} A_n$ ，并证明你的结论。

2. (15 分) 设  $\Sigma$  为 26 个英文字母构成的集合， $A$  为  $\Sigma$  上的所有有限字符串的集合， $B$  为由 0 和 1 构成的无限序列的集合，试问  $A$  与  $B$  是否等势，并证明你的结论。

3. (25 分) 设  $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ ， $R$  为  $A$  上的整除关系， $B = \{2, 3\}, C = \{8, 12\}$ 。

①试证  $R$  为  $A$  上的偏序关系

②画出  $\langle A, R \rangle$  的哈斯 (Hasse) 图

③给出  $B$  和  $C$  的上界、下界、上确界和下确界。

4. (20 分) 设  $\langle A, * \rangle$  为半群。今有如下两个条件：

(1)  $\langle A, * \rangle$  满足消去律；

(2) 对  $\forall a, b \in A$ , 方程  $a * x = b$  与  $y * a = b$  有解。

试说明上述各条件分别是  $\langle A, * \rangle$  为群的哪种条件 (指充分必要条件、充分条件和必要条件)？并证明你的结论。

5. (15 分) 求  $(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$  的主析取范式。

6. (20 分) 先符号化下列命题，然后推证其结论。

“若任意有理数都是实数，必有如下结论：即对任意的  $x$ ，如果任意一个有理数都与  $x$  同类，则必有一个实数与  $x$  同类。”

7. (15 分) 在  $n$  个乒乓球队员中安排比赛，已经赛完  $n+1$  场 (每两人比赛算一场)，试证明至少有一个队员参加过至少 3 场比赛。

8. (20 分) 试分析图  $G$  与其补图  $\overline{G}$  之间连通性的关系，并证明你的结论。