

山 东 师 范 大 学
2006 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学

- 注意事项：1. 本试卷共 5 道大题（共计 10 小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。
4. 考试结束后将本卷装入试题袋内，不得带走，否则以违纪论处。

1. (30 分) 在 \hat{H}_0 表象中 \hat{H} 的矩阵为

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1^{(0)} & 0 & a \\ 0 & E_2^{(0)} & b \\ a^* & b^* & E_3^{(0)} \end{pmatrix}$$

其中 $E_i^{(0)} (i=1,2,3)$ 为实数,且 $|a|, |b|$ 比 $E_i^{(0)}$ 小得多。

- (1) 写出 \hat{H}_0 的本征能量与相应波函数
(2) 试用微扰论求能量至二级近似。

2. (30 分) 不考虑电子的空间运动, 电子的哈密顿量为

$\hat{H} = 3\varepsilon\sigma_z + 4\varepsilon\sigma_x$, 其中 ε 为大于零的常数, σ_z 和 σ_x 为泡利矩阵

- (1) 求 \hat{H} 的本征能量与相应本征函数
(2) 已知 $t=0$ 时电子处于 $\sigma_z = \hbar/2$ 的态, 求 t 时刻
(a) 电子波函数
(b) 能量平均值
(c) 电子处于 $\sigma_z = \hbar/2$ 的态的几率

3. (30 分) 设体系处于态 $\psi = C_1 Y_{11} + C_2 Y_{10}$ ($|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$). 求

(1) L^2 的可能值, 相应几率及平均值

(2) L_z 的可能值, 相应几率及平均值

(3) L_x 的可能值及相应几率

4. (30 分) 以下两题任选一题

(1) 在一维无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动的质量为 m 的粒子处于基态, 某时刻, 势阱宽度突然由 a 变为 $2a$ 。求粒子处在新势阱基态中的几率。

(2) 用 Born (玻恩) 近似法求粒子在势场

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

中的微分散射截面。

5. (30 分) 完成下列各题

(1) 在有心力场中, 粒子处于定态, 轨道角动量是否有确定值? 为什么?

(2) 力学量守恒应满足什么条件? 写出三维自由运动粒子的两组守恒量完全集。

(3) 一体系的哈密顿量 \hat{H} 与时间 t 无关, 则体系一定处于定态。此说法是否正确? 为什么?

(4) 厄米算符 \hat{A} 满足 $\hat{A}^4 = 1$, 则 \hat{A} 的本征值为 $\pm 1, i, -i$ 。此说法是否正确? 为什么?

(5) 写出 $[\hat{L}_+, \hat{L}_-] = ?$