山 东 师 范 大 学

硕士研究生入学考试试题

考试科目：　离散数学

注意事项：1. 本试卷共　十　道大题（共计 25 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。

* *

一、(15 分)

1. 求下式的成真赋值和成假赋值。

$((p \leftrightarrow q) \wedge q) \leftrightarrow p$

2. 满足下面三个条件的哪些条件，可推得 $A \Leftrightarrow B$ 说明理由。

条件 1. $A \vee C \Leftrightarrow B \vee C$

条件 2. $A \vee C \Leftrightarrow B \wedge C$

条件 3. $\neg A \Leftrightarrow \neg B$

二、(15 分)

1. 利用求主析取范式的方法判断下面两式是否等价。

①$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

②$(p \vee (q \wedge r)) \wedge (q \vee (\neg p \wedge r))$

2. 构造下列推理：

前提：$(p \vee q) \to (r \wedge s), (s \vee t) \to u$

结论：$p \to u$

三、(15 分)

1. 将下列命题符号化：

过平面上的任意两点，有且只有一条直线通过它们。

2. 求下列公式的前束范式：

$$\forall x(F(x) \to G(x,y)) \to (\exists y H(y) \to \exists z R(y,z))$$

3. 证明下列蕴涵式：

$$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \neg(\forall x P(x)) \to \exists x Q(x)$$

四、(10 分)

设Z为整数集，在Z上定义运算∘：对$\forall a,b\in Z, a\circ b=a+b-2$

试证：$<Z,\circ>$是一个群。

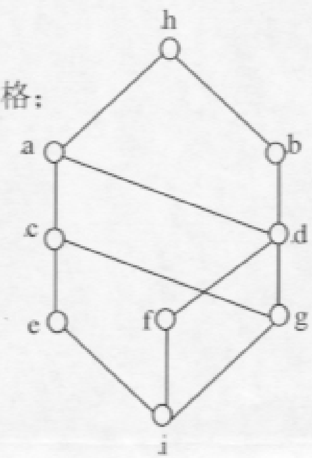
五、(15 分)

设$<S,*>$是群$<G,*>$的子群，试证明S在G中的任一个左(右)陪集的基数与S的基数相同。

六、(20 分)

下图所示为一个偏序集$<A,\leq>$，其中$A=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$

1. 证明$<A,\leq>$为格；
2. 写出$<A,\leq>$诱导的代数系统；
3. $B=\{a,b,c,g,h\}$，判断$<B,\leq>$是否为$<A,\leq>$的子格；
4. 求b在A中的补元；
5. 判断$<A,\leq>$是否为有补格，说明理由。



第六题图

七、(15 分)

设G=（V，E）是一个图.

1. 给出图 G 是欧拉图的理论依据；
2. 证明该理论的正确性；
3. 举例说明欧拉图的应用.

八、(15 分)

设G 是一个简单平面图，面数 f ＜12，最小度$\delta(G)\geq 3$。

1. 证明，G 中存在次数小于或等于 4 的面；
2. 当 f = 12 时，1)中的结论是否还成立，为什么？

九、(15 分)

设 A = { 1，2，…，12 }，R 是 A 上的整除关系，

令 B = { x | x∈A 且 2≤x≤4}。

1. 证明 R 为偏序关系；
2. 画出哈斯图；
3. 求出 R 在 B 上的限制；
4. 在 < A, R>中求出 B 的上界、下界、上确界、下确界。

十、(15 分)

设 f 是 S 到 T 上的一个映射。

1. 证明对S 的任意两个子集 A 和 B,

有 $f(A\cap B)\subseteq f(A)\cap f(B)$。

2. 并且说明在何时 $f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$ 成立，在何时 $f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$ 不成立。