

## 青 岛 科 技 大 学

### 二 〇 一 一 年 硕 士 研 究 生 入 学 考 试 试 题

#### 考 试 科 目：数 学 分 析

注意事项：1. 本试卷共八道大题（共计 8 个小题），满分 150 分；

2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；

3. 必须用蓝、黑钢笔或签字笔答题，其它均无效。

\* \* \* \* \*

一（20 分）求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} (\sqrt[n]{n} - 1)$ .

二（20 分）设  $f(x)$  对一切  $x$  满足  $f(x) = f(x^2)$  且  $f(x)$  在  $x=0$  和  $x=1$  处连续，证明

$$f(x) \equiv C (\text{常数}).$$

三（20 分）设  $f(x)$  在  $(a, b)$  上连续，证明：设  $f(x)$  在  $(a, b)$  上一致连续的充分必要条件是单侧极限  $f(a+0)$  和  $f(b-0)$  都存在.

四(20 分) 求  $\int_0^2 f(x-1)dx$ , 其中

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1+e^x}, & x < 0 \end{cases}.$$

五(20 分) 证明: 函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx}$  在  $[0, +\infty)$  上一致收敛.

六(20 分) 计算  $I = \iint (2xy + 2x^2 - 3x + xz) dS$ , 其中  $\Sigma$  是平面  $2x + 2y + z = 6$  在第一卦

限的部分.

七(20 分) 计算对坐标的曲面积分

$$\iint_{\Sigma} [f(x, y, z) + x] dydz + [2f(x, y, z) + y] dzdx + [f(x, y, z) + z] dxdy,$$

其中  $f(x, y, z)$  为连续函数,  $\Sigma$  是平面  $x - y + z = 1$  在第四卦限部分的上侧.

八(10 分) 利用斯托克斯(Stokes)公式计算曲线积分

$$\oint_{\Gamma} ydx + zdy + xdz,$$

其中  $\Gamma$  为圆周

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x + y + z = 0 \end{cases},$$

若从  $x$  轴的正向观察, 这圆周取逆时针方向.