

青 岛 科 技 大 学

二〇一二年硕士研究生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计

- 注意事项：1. 本试卷共 9 道大题（共计 17 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或签字笔答题，其它均无效。

- 1、（15 分）假设在电源电压不超过 200V, 200~240V, 和超过 240V 三种情况下，某电子元件损坏的概率分别为 0.3, 0.1 和 0.2, 电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$, ($\Phi(0.8) = 0.79$) 求：(1) 电子元件损坏的概率；(2) 在电子元件损坏的条件下，电压超过 240V 的概率。
- 2、（15 分）设二维离散随机变量 (X, Y) 的联合分布列为

Y \ X	0	1	2	3
0	0	0.01	0.01	0.01
1	0.01	0.02	0.03	0.02
2	0.03	0.04	0.05	0.04
3	0.05	0.05	0.05	0.06
4	0.07	0.06	0.05	0.06
5	0.09	0.08	0.06	0.05

试求 $E(X|Y=2)$ 和 $E(Y|X=0)$ 。

- 3、（15 分）设随机变量 X 服从区间 $(0, 2)$ 上的均匀分布。(1) 求 $Y = X^2$ 的密度函数；
(2) $P(Y < 2)$ 。

4、(20分) 设二维随机变量 (X, Y) 有密度函数: $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(4x+3y)}, & x > 0, y > 0; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

(1) 求常数 A ;

(2) 求边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(3) X, Y 是否相互独立。

5、(20分) 设随机变量 $X \sim N(1, 9)$, $Y \sim N(0, 16)$, 相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$, 设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$

求: (1) 随机变量 Z 的期望 $E(Z)$ 与方差 $D(Z)$;

(2) 随机变量 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ} 。

6、(15分) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Ax^2, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ 试求

(1) 常数 A ; (2) $P(0.3 < X < 0.7)$; (3) X 的概率密度函数。

7、(15分) 设随机变量序列 $\{X_n\}$ 独立同分布, 其密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} 1/\beta, & 0 < x < \beta, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中常数 $\beta > 0$, 令 $Y_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, 试证: $Y_n \xrightarrow{P} \beta$ 。

8、(20分) 设总体 X 的概率密度函数为 $p(x; \sigma) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty < x < +\infty$, 其中 $\sigma > 0$ 为

未知参数。(1) 求 σ 的最大似然估计量 $\hat{\sigma}$; (2) $\hat{\sigma}$ 是否为 σ 的无偏估计?

9、(15分) 某电工器材厂生产一种保险丝, 测量其熔化时间, 依通常情况方差为 400, 今从某天产品中抽取容量为 25 的样本, 测量其熔化时间并计算得 $\bar{x} = 62.24$, $s^2 = 404.77$, 问这天保险丝熔化时间的方差与通常有无显著差异 (取 $\alpha = 0.05$, 假定熔化时间服从正态分布)?

参考数据:

$$\chi_{0.025}^2(24) = 12.4012, \chi_{0.975}^2(24) = 39.3641, t_{0.975}(15) = 2.1314。$$