

式(本)上做题, 在此试卷及草稿纸上做题无效!

招收硕士学位研究生入学考试
学分析试卷
(共 2 页)

(1) (a 为常数), 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

, $\frac{\partial v}{\partial y}$.

从 $(-1, -1)$ 到 $A(2, 0)$ 的折线, 求 $\int_L (x+y)dx + (x-y)dy$.

于平面 $z=0$ 和 $z=2$ 之间部分的下侧, 求面积分:

$4ydz + ydzdx - 2zxdy$

四、(24')

(1) 求对数螺线 $\rho = 2 \cdot e^{\sqrt{3}\varphi}$ 从点 A (2, 0) 起变到点 B ($2e^{\sqrt{3}\pi}, \pi$) 的弧长。(2) 求摆线 $x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$ 在一个拱形 ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) 绕横轴旋转所产生的体积。

五、(24')

(1) 求函数 $f(x) = x^2$ 在 $-\pi < x < \pi$ 的傅里叶展开式。

(2) 计算: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$,

(3) 证明: $\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x} dx = -\frac{\pi^2}{6}$ 。

六、(30')

(1) 设 $a > 0$ 和 $x_n (n=0,1,2,\dots)$ 由以下各式: $x_0 > 0$,

$x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n}) (n=0,1,2,\dots)$ 所确定的数列, 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{a}$

(2) 已知 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, 计算 $I(w) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cos wx dx$

(3) 设 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上连续, 在 $(0, \pi)$ 内可导且 $f(\pi) = \pi \int_0^{\frac{1}{\pi}} e^{\pi-x} f(x) dx$ 证明: 至少存在一点 $\xi \in (0, \pi)$ 使得, $f'(\xi) = f(\xi)$