

2007 年硕士研究生招生入学考试(初试、~~复试~~)试题

应用数学

学科专业名称: 基础数学, 系统理论 考试科目名称: 数学分析(A)

考生注意事项: 1. 本试卷共 6 道大题(计 6 个小题), 满分 150 分。

2. 本卷属试卷, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸或草纸上均无效。要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。

3. 答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。

一 (25 分). 证明数列

$$\sqrt{2}, \sqrt{2+\sqrt{2}}, \dots, \sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2}}}, \dots$$

单调有界, 并求其极限。

二 (25 分). 证明: 若 $\{[a_n, b_n]\}$ 是一个闭区间套, 则存在唯一一点 ζ , 使得 $\zeta \in [a_n, b_n], n=1, 2, \dots$.

三 (25 分). 设

$$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

且 $g(0) = g'(0) = 0, g''(0) = 3$. 试求 $f'(0)$.四 (25 分). 计算 $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2})$.

五(25分). 计算积分 $I = \iiint_V \frac{dV}{\rho^2}$, 其中 ρ 是点 (x, y, z) 到 x 轴的距离, V 是

一棱台, 其六个顶点为 $A(0,0,1), B(0,1,1), C(1,1,1), D(0,0,2), E(0,2,2), F(2,2,2)$.

六(25分). 计算积分

$$I = \int_{L^*} \frac{(1 + \sqrt{x^2 + y^2})(x dx + y dy)}{x^2 + y^2}$$

其中 L^* 是不通过原点、从点 $A(1,0)$ 到 $B(0,2)$ 的分段光滑曲线.