聊城大学

2007 年硕士研究生招生入学考试(初试、复试)试题

学科专业名称：光学　　　　考试科目名称：量子力学

考生注意事项：1、本试卷共 7 道大题(计　　个小题)，满分 150 分。

2、本卷属试题，答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上，写在该试题纸或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划。

3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写，其它均无效。

(答毕后，请务必将原试题和答题纸一并交回)

一、(22 分)一维运动的粒子处在

$$\psi(x)=\begin{cases}Axe^{-\lambda x}, & (x\ge 0),\\ 0, & (x\le 0)\end{cases}$$

的状态，其中 $\lambda>0$，求：

(1). 归一化因子 A；

(2). 粒子动量的概率分布函数；

(3). 粒子的平均动量。

二、(28 分) $t=0$ 时氢原子的波函数为：

$$\varphi(\vec{r},0)=\sqrt{\frac{4}{10}}\psi_{100}(\vec{r})+\sqrt{\frac{3}{10}}\psi_{210}(\vec{r})-\sqrt{\frac{2}{10}}\psi_{211}(\vec{r})+C\psi_{21-1}(\vec{r}),$$

式中 $\psi_{nlm}(\vec{r})$ 是氢原子的归一化能量本征态。

(1). 试求 C 的数值；

(2). 求氢原子能量 E、轨道角动量平方 L^2 和其 z 分量 L_z 的可测值，相应概率及平均值；

(3). 写出 t 时刻的波函数 $\varphi(\vec{r},t)$。

三、(30分)一维谐振子[$U(x)=\frac{1}{2}\mu\omega^2x^2$]受到微扰$\hat{H}'=-\lambda x$的作用($\lambda$为较小的实常数)。

(1). 用微扰方法计算能量至二级近似值；

(2). 请求出微扰作用后体系能级的精确值。

{已知对于谐振子的第n个能量本征态$\psi_n(x)$有：

$$x\psi_n(x)=\frac{1}{\alpha}\left[\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}(x)+\sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x)\right]，其中\alpha=\sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}\ \}。$$

四、(22分)考虑自旋为1/2的体系，$\hat{T}=A\hat{S}_x+B\hat{S}_y$，$\hat{S}_x$和$\hat{S}_y$是自旋角动量算符，$A$、$B$为常数。问：若$\hat{T}$为厄米算符，$A$、$B$应如何限制？并求出厄米情况下，当$A=B=1/\sqrt{2}$时算符$\hat{T}$的本征值和本征函数。

五、(30分)两个自旋为1/2的定域非全同粒子(不考虑轨道运动)，粒子之间的相互作用能为：

$$H=\lambda\hat{\vec{S}}_1\cdot\hat{\vec{S}}_2，(取\hbar=1；\lambda为实常数)，$$

设$t=0$时，粒子1自旋"向上"($S_{1z}=1/2$)，粒子2自旋 "向下"($S_{2z}=-1/2$)。

求任意$t>0$时刻：

(1). 粒子1自旋"向上"的概率；

(2). 粒子1和粒子2自旋均"向上"的概率；

(3). 总自旋量子数$S=1$和$S=0$的概率；

(4). $\vec{S}_1$和$\vec{S}_2$的平均值。

六、(18分)设量子体系的束缚态能级和归一化能量本征态分别为E_n和ψ_n(n为量子数或编号数)，设λ为哈密顿算符H含有的任何一个参数，证明：

$$\frac{\partial E_n}{\partial\lambda}=\langle\psi_n|\frac{\partial H}{\partial\lambda}|\psi_n\rangle \qquad (这称为 Feynman-Hellmann 定理)。$$