

聊城大学

2007 年硕士研究生入学考试初试试题

学科专业名称: 物理电子学、计算机软件与理论、自然地理学

考试科目名称: 高等数学 (B) 卷

注意事项: 1、本试题共 8 道大题 (共 11 个小题), 满分 150 分。

2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。

3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。

4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。

无

一、(每题 10 分, 共 20 分)

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$;

2、求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\int_0^{2x} e^{t^2} dt \right)^2}{\int_{3x}^0 e^{2t^2} dt}$ 。

二、(每题 10 分, 共 20 分)

1、设 $y = \cos\left(1 + \sin \frac{1}{x}\right)$, 求 y' 。

2、设 $z = \frac{1}{x} f(xy) + y\varphi(x+y)$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

三、(每题 10 分, 共 20 分)

1、 $\int \frac{xe^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx$

2、求 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z) dV$, 其中 Ω 是曲线 $\begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所成的曲面与 $z = 4$ 所围成的立体。

四、(20 分)

在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的第一象限部分上求一点 P , 使该点处的切线, 椭圆及两坐标轴所围图形的面积为最小。

五、(20 分)

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b) = 1$, 证明存在 $\xi, \eta \in (a, b)$ 使得 $e^{\eta-\xi}(f(\eta) + f'(\eta)) = 1$

六、(15 分)

计算行列式 $D = \begin{vmatrix} x & a & \cdots & \cdots & a \\ a & x & \cdots & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & \cdots & \cdots & x \end{vmatrix}$

七、(15 分)

设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是线性方程组 $AX = 0$ 的基础解系, 证明 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$ 也是该方程组的一个基础解系。

八、(20 分)

设矩阵 A 与 B 相似, 且 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & a \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$ 。

1、求 a, b 的值;

2、求可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = B$ 。