

聊城大学

2009 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[609] 数学分析	A 卷
专业名称	基础数学 应用数学 系统理论	
<p>注意事项: 1、本试题共 5 道大题 (共 14 个小题), 满分 150 分。</p> <p>2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。要注意试卷清洁, 不要在试卷上涂划。</p> <p>3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。</p> <p>4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无” 无</p>		
<p>一、叙述下列定义 (每题 5 分, 共 10 分)</p> <p>1、叙述函数 $f(x)$ 在数集 X 上无界的定义;</p> <p>2、叙述函数列 $\{f_n(x)\}$ 在数集 E 上一致收敛于 $f(x)$ 的定义。</p> <p>二、计算下列各题 (每题 8 分, 共 40 分)</p> <p>1、$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$;</p> <p>2、$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x \cos t^2 dt$;</p> <p>3、$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{1}{2n^2} \right)$;</p> <p>4、$\iint_S (x^2 + y^2) dS$, 其中 S 为立体 $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ 的边界曲面;</p> <p>5、求方程 $e^{-xy} + 2z - e^z = 0$ 确定的隐函数的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$。</p> <p>三、设 $f''(0)$ 存在, $f(0) = 0$, $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ f'(0), & x = 0 \end{cases}$, 求 $g'(0)$。 (本题 10 分)</p> <p>四、计算 (本题 20 分)</p> $I = \int_0^{+\infty} e^{-px} \frac{\sin bx - \sin ax}{x} dx \quad (p > 0, b > a).$ <p>五、证明解答题 (前 4 题每题 15 分, 第 5 题 10 分共 70 分)</p> <p>1、如果函数 f 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 证明 f 在 $[a, b]$ 上有界。</p> <p>2、设 $f(x)$ 在有限区间 (a, b) 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow a+0} f'(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow b-0} f'(x)$ 存在且有限, 证明:</p> <p>(1) $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow b-0} f(x)$ 存在且有限;</p> <p>(2) $f(x)$ 在 (a, b) 内有界, 且一致连续。</p> <p>3、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的和函数。</p>		
第 1 页 (共 2 页)		

4、设 (1) $f(x) \in C[a, b]$, $f(a) = f(b) = 0$;

(2) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 内可导, 且 $f'(a) > 0$;

(3) $f(x)$ 在 (a, b) 内二阶可导, 证明存在 $c \in (a, b)$, 使得 $f''(c) < 0$.

5、设 $f(x)$ 在 $(a, +\infty)$ 上可微, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$, 证明: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$