

# 聊城大学 2010 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[611] 数学分析	B 卷
适用专业	基础数学   应用数学   系统理论	
<p>注意事项: 1、本试题共 4 道大题 (共 15 个小题), 满分 150 分。</p> <p>2、本卷为试题, 答题另有答题纸。答案一律写在答题纸上, 写在该试题纸上或草稿纸上无效。</p> <p>3、答题必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写, 其它均无效。</p> <p>4、特殊要求携带的用具请注明, 没有特殊要求填“无”。 无</p>		
<p>一、叙述下列定义 (每题 5 分, 共 10 分)</p> <p>1、叙述函数列 <math>\{f_n(x)\}</math> 在数集 <math>X</math> 上一致有界;</p> <p>2、叙述函数 <math>f(x)</math> 在数集 <math>X</math> 上无界的定义。</p> <p>二、计算下列各题 (每题 8 分, 共 40 分)</p> <p>1、<math>\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{1}{2n^2} \right);</math></p> <p>2、<math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left( \int_0^x e^{t^2} dt \right)^2}{\int_0^x e^{2t^2} dt};</math></p> <p>3、求方程 <math>x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 5 = 0</math> 确定的隐函数的偏导数 <math>\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y};</math></p> <p>4、设 <math>F(y) = \int_a^y f(x) y-x  dx</math>, 其中 <math>f(x)</math> 为可微函数, 求 <math>F''(y);</math></p> <p>5、<math>\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2 dz.</math></p> <p>三、解答题 (每题 10 分, 共 30 分)</p> <p>1、设 <math>x_0 = 0, x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{x_n + x_{n-1}}{2}</math>, 求 <math>\lim_{n \rightarrow \infty} x_n;</math></p> <p>2、计算积分</p> $\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx \quad (b > a > 0);$ <p>3、设 <math>C: x^2 + y^2 = 4</math>, 计算积分</p> $I = \oint_C \frac{y dx - (x-1) dy}{(x-1)^2 + y^2}.$ <p>四、证明解答题 (第一题 10 分, 其余每题 15 分, 共 70 分)</p> <p>1、设函数 <math>f(x)</math> 在 <math>(a, +\infty)</math> 上可微, 且 <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0</math>, 若 <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)</math> 存在有限, 证明:</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0.$		
第 1 页 (共 2 页)		



2、证明  $f(x) = \sqrt{x}$  在  $[0, +\infty)$  上一致连续.

3、求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$  的和函数.

4、设  $f_n(x) \rightarrow f(x)$ ,  $x \in [a, b]$ , 且  $f_n(x) \in C[a, b]$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , 若  $x_n \in [a, b]$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), 有  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_n) = A$ , 证明: 存在  $x_0 \in [a, b]$ , 使  $f(x_0) = A$ .

5、用有限覆盖定理证明聚点定理.