1999 年中国石油大学量子力学考研试题

一. 填空（共 35 分）

1. 在量子力学建立之前，人们用物理学的经典理论难以解释的物理现象有 ______ ______ ______ 。（至少填三种现象）

2. 微粒的波粒二象性是由 ______ 于 ____ 年提出来的，描述粒子性的物理量 E 和 $\vec{P}$ 与描述波动性的物理量 ν 和 λ 之间满足的关系为：______ ，______ 。德布罗意假说的正确性由 ______ 年 ______ 和 ______ 所做的 ______ 实验所验证。

3. 描述粒子运动状态的波函数应满足的条件是 ______ ，波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 的物理意义为：______

4. 厄米算符的本征值的特点是：______ ，本征函数的性质为：______ 。

5. 在量子力学中，力学量 $\hat{F}$ 守恒的条件为：______ 。

6. 下列表述中，正确的是 ______ 。（填 A，B，C，D 中的字母即可）
   A. 一个算符的本征函数迭加后仍是该算符的本征函数。
   B. 两个厄米算符之积一定是厄米算符。
   C. 量子力学中的一切力学量算符均可表示为位置算符 $\hat{r}$ 与动量算符 $\hat{P}$ 的函数。
   D. 在束缚态下，粒子的能量一定是量子化的。

7. $\left[\hat{x},\hat{p}_x\right]$= ______ ,其物理意义是 ______

   $\overline{\Delta x^2}\cdot\overline{\Delta P^2}\geq$ ______ 。

8. 考虑 $\hat{L}\cdot\hat{S}$ 耦合时，对于电子来说，量子数 n,l,m_l,s,m_s,j,m_j 中 ______ 不是好量子数。

9. 由泡利不相容原理知 ______ （填 A，B，C，D 中一字母）
   A. 两个费米子不能处于同一能量状态。
   B. 两个全同的费米子不能处于同一能量状态
   C. 费米子处于正常态时，总是尽可能占据能量较低的状态。
   D. 表征两个全同的费米子的状态所用的量子数不能全同。

10. 两个电子组成的体系的自旋波函数

$$\chi(s_{1z}s_{2z})=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\chi_{\frac{1}{2}}(s_{1z})\chi_{-\frac{1}{2}}(s_{2z})-\chi_{-\frac{1}{2}}(s_{1z})\chi_{\frac{1}{2}}(s_{2z})\right]$$表示_____ 的态。(填 A，B，C，D

中一字母，$\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)$，$\chi_{-\frac{1}{2}}(s_z)$ 分别表示单电子 $s_z=\pm\frac{1}{2}\hbar$ 的自旋波函数)

A．$s=1,m_s=1$；　　　　B．$s=1,m_s=0$

C．$s=1,m_s=-1$　　　　D．$s=0,m_s=0$

11．下列表述正确的是：_____。

A．波函数 $\Psi(x,t)$ 为实函数,几率流密度 $\vec{J}=0$。

B．$\Psi_n(x,t)=\Psi_n(x)e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$ 与时间有关，故不是定态波函数。

C．体系所处的状态不是力学量 $\hat{A}$ 的本征态，但是单次测量 A，测值却是 $\hat{A}$ 的本征值。

D．波函数 $\Psi(x,y,z,t)$ 的平方表示 t 时刻在空间(x,y,z)处发现粒子的几率。

12．原子中具有相同主量子数 n 的电子的最大数目为______，同时具有相同的主量子数 n 和角量子数 l 的电子的最大数目为_______ 。

(以下二至七题任做五道题)

二．(本题 13 分)

粒子在一维势阱

$$u(x)=\begin{cases}u_0 & (|x|>a)\\ 0 & (|x|\le a)\end{cases}\qquad (u_0>0)$$

中运动，求束缚态 $(0<E<u_0)$ 的能级满足的方程。

三．(本题 13 分)

描述粒子状态的波函数为

$$\Psi(x)=\begin{cases}A\sin\frac{\pi x}{a} & (0<x<a)\\ 0 & (x<0\text{或}x>a)\end{cases}$$

求：(1) 归一化常数 A；

(2) 在 $x=\frac{a}{2},\frac{a}{3}$ 处的几率密度；

（3）在$\frac{a}{3}<x<\frac{a}{2}$内找到粒子的几率；（4）粒子的动能。

四．（本题 13 分）

已知在$\hat{S}_z$表象中$\hat{S}_y$的矩阵表示为

$$S_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} o & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

求：（1）$\hat{S}_y$的本征值及归一化本征态矢；

（2）在$S_y=\frac{\hbar}{2}$的$\hat{S}_y$本征态中测量$\hat{S}_z$，求$\hat{S}_z$的可能值、相应几率及平均值$\overline{S_z}$。

五．（本题 13 分）

假设$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_1$，$\hat{H}_0$有两个束缚态，本征值分别为$E_1^0$、$E_2^0$，本征矢为$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

求：（1）写出H_0的矩阵表示；

（2）设$\hat{H}_1$在H_0表象中的矩阵表示为$H_1=\begin{pmatrix}0 & \varepsilon\\ \varepsilon & 0\end{pmatrix}$，用严格方法求$\hat{H}$的本征值；

（3）设$0<\varepsilon<<1$，利用微扰法求能量（到二级修正）。

六．（本题 13 分）

高能粒子受到球壳势

$$u(r)=\lambda\delta(r-a) \qquad (\lambda>0)$$

的散射,试用玻恩近似法求散射振幅及微分散射截面。

七．（本题 13 分）

设氢原子处于状态

$$\Psi=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{5}}\Psi_{21-1}(r,\theta,\varphi)\\ -\frac{2}{\sqrt{5}}\Psi_{211}(r,\theta,\varphi)\end{bmatrix}$$

中，求：（1）氢原子的能量；（2）轨道角动量平方的大小；

（3）$\hat{L}_z$的可能测值及平均值；（4）$\hat{S}_z$的可能测值及平均值；

（5）总磁矩$\hat{\vec{M}}=-\frac{e}{2\mu}\hat{\vec{L}}-\frac{e}{\mu}\hat{\vec{S}}$的 Z 分量及平均值。