

2000 年中国石油大学量子力学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

一、填空题 (5×6=30 分)

1. 若粒子的归一化波函数为

$$\Psi(x, t) = \Phi(x) (e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} + e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t})$$

则 t 时刻粒子在 x 处的概率 (几率) 密度为_____, 粒子是否处于定态? _____. 粒子的平均能量值为_____。

2. 若两力学量算符 \hat{F} 和 \hat{G} 对易, 则下面说法正确的是_____。

A. \hat{F} 的本征函数一定是 \hat{G} 的本征函数。

B. \hat{F} 的本征函数一定不是 \hat{G} 的本征函数。

C. \hat{F} 、 \hat{G} 有共同的、完备的、正交归一的本征函数系。

3. 对自由粒子, 能量、动量、角动量、自旋角动量、位置、宇称中_____不是守恒量。在中心力场 (铰力场) 中处于束缚态的粒子, 其完全的力学量集合是_____。

A. $(\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z, \hat{S}_z)$, B. $(\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z, \hat{S}_z)$

C. $(\hat{H}, \hat{P}^2, \hat{P}_z, \hat{S}_z)$, D. $(\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{I}, \hat{S}_z)$

E. $(\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{J}^2, \hat{J}_z)$, F. $(\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z, \hat{S}_z, I)$

4. 德布罗意假设是:_____

_____, 其正确性由_____实验验证。质量为
10g, 速度为 $v=10m/s$ 的粒子, 其德布罗意波 $\lambda=$ _____,
通过计算说明_____。

5. 质量为 m 的粒子被 δ 势场散射

$$U(r)=U_0\delta(r-a)$$

则在高能近似下, 微分散射截面为_____。

6. 下面说法错误的是_____。

- A. \hat{F} 为厄米算符, α 为复数, 则 $\alpha\hat{F}$ 一般不是厄米算符;
- B. 微观粒子总能量同样等于动能与势能之和;
- C. 任何能级的宽度都不能为零;
- D. 根据泡利不相容原理, 知任何两个全同粒子都不能处于相同的状态。

<以下各题每题 14 分>

二、 粒子在一维势阱中运动

$$V(x)=\begin{cases} \infty & (x\leq 0) \\ -U_0 & (0<x<a) \\ 0 & (x\geq a) \end{cases}$$

求粒子在势阱中运动 ($-U_0<E<0$) 时能量应满足的方程。

三、若有力学量算符是动量算符的函数 $\hat{F} = F(\hat{P}_x)$,

$$\text{求证: } [\hat{x}, \hat{F}(\hat{P}_x)] = i\hbar \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{P}_x}$$

$$\Delta x \cdot \Delta F \geq \frac{\hbar}{4} \left| \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{P}_x} \right|$$

四、一个粒子的哈密顿算符在 \hat{H}^0 表象中的表示为:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2\varepsilon & 0 \\ 2\varepsilon & 2+\varepsilon & 3\varepsilon \\ 0 & 3\varepsilon & 3+2\varepsilon \end{pmatrix}$$

式中 ε 为很小的参数, 试用微扰论写出 H 的本征值 (写至 ε 的二次项即可)。

五、设体系处于 $\psi = C_1 Y_{11} + C_2 Y_{20}$, (C_1 、 C_2 为归一化系数), 求:

(1) \hat{L}_z 的可能测量值及平均值;

(2) \hat{L}^2 的可能测量值及平均值;

(3) \hat{L}_x 的可能测量值;

(4) 若体系处在 $\psi = Y_{11}$ 态, 求 \hat{L}_x 的可能测量值及相应的概率(几率)。

在 (\hat{L}^2, \hat{L}_z) 表象中, \hat{L}_x 的表示为:
$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

六、在宽为 $2a$ 的无限深势阱中运动的粒子, 其能量本征值为

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2} n^2, \quad (n=1, 2, \dots), \text{ 本征函数为 } \psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{n\pi}{2a} (x+a)$$

若有两个自旋 $s = \frac{1}{2}$ 的全同粒子在阱中运动, 忽略粒子间的相互作用, 求此体系基态和第一激发态的能量和波函数。