

# 江 西 农 业 大 学

## 2007 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

适用学科、专业\_\_\_\_\_

考 试 科 目\_\_\_\_\_数学\_\_\_\_\_

**注意事项：答案一律在答题纸上填写，答在草稿纸或试卷上一律无效。**

### 一、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{2x + 3} \sin \frac{4}{x} =$ \_\_\_\_\_.

2. 已知  $xy = e^{x+y}$  则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_.

3. 设  $z = x^3 + 2y^2 - xy^2 + f(x+2y)$ ,  $f$  二阶可微. 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ \_\_\_\_\_.

4. 设二阶矩阵  $A$  的特征值为 1 和 2, 则  $A+2E$  的特征值为\_\_\_\_\_.

5. 设  $A$  为  $n$  阶方阵,  $|A| = 2$ ,  $B = A^{-1} - 3A^*$ , 则  $|B| =$ \_\_\_\_\_.

6. 已知  $P(A) = 0.7$ ,  $P(A-B) = 0.3$ , 则  $P(\overline{AB}) =$ \_\_\_\_\_.

### 二、单项选择题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-2a} \right)^x = 8$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

(A)  $\ln 3$  (B)  $\ln 2$  (C) 3 (D) 2.

2. 设函数  $f(x) = |x(x-1)|$ , 则  $f(x)$  在  $x=1$  处 ( ).

(A) 不连续 (B) 可微 (C) 不可导 (D) 可导.

3.  $f(x) = \frac{x}{2+x^3}$  ( $0 \leq x < +\infty$ ) 的最大值是 ( ).

(A) 不存在 (B)  $\frac{1}{3}$  (C) 0 (D) 2 .

4. 设  $f(x)$  的一个原函数是  $\sin(2x+1)$ , 则  $f(x)=(\quad)$  .

(A)  $2\cos(2x+1)$  (B)  $-2\cos(2x+1)$  (C)  $-4\sin(2x+1)$  (D)  $-\frac{1}{2}\cos(2x+1)$  .

5. 若函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处有极值, 则下列说法**不正确**的是 ( ).

(A)  $f'_x(x_0, y_0) = 0$ ,  $f'_y(x_0, y_0) = 0$ , 不一定成立,

(B) 函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处不一定存在偏导数,

(C) 函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  一定偏导数存在,

(D) 函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处不一定可微.

6. 设  $n$  阶方阵  $A$  经过若干次初等变换后变为  $B$ , 若  $A$  的行列式  $|A| \neq 0$ , 则 ( ).

(A)  $|A| = |B|$  (B)  $|B| \neq 0$  (C)  $|A||B| > 0$  (D)  $|B|$  可取任意值.

7. 一种零件加工由两道独立工序组成, 第一道工序的废品率为  $p$ , 第二道工序的废品率为  $q$ , 则该零件加工的成品率为 ( ).

(A)  $1-p-q$  (B)  $1-pq$  (C)  $1-p-q+pq$  (D)  $(1-p)+(1-q)$  .

8. 设离散随机变量  $X$  的概率分布满足 (1)  $p_k = cp_{k-1}, k=1, 2, \dots$ ; (2)  $p_0 = 0.5$  那么  $c$  的值为 ( ).

(A) 0.06 (B) 0.05 (C) 0.6 (D) 0.5

三、(8 分) 求  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1} x$  的表达式 ( $n$  为正整数), 并求其间断点以及

间断点的类型(需说明理由).

**四、(8分)** 设  $f(x)$  可导, 满足  $\int_0^x f(t)dt = x^2 + f(x)$ , 求  $f(x)$ .

**五、(8分)** (1) 求由曲线  $y^2 = x$ ,  $y = x^2$  所围成的平面图形的面积;

(2) 求上述平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积.

**六、(9分)** 设函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 证明  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$ , 并求

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx \text{ 与 } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx.$$

**七、(9分)** (1) 交换积分次序  $\int_0^1 dx \int_x^1 e^{-y^2} dy$ , (2) 求  $\int_0^1 dx \int_x^1 e^{-y^2} dy$  的值.

**八、(13分)** 设向量  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$  是矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  的逆矩阵的特征向量, 试求

常数  $k$  的值, 并判定矩阵  $A$  的逆矩阵是否可对角化?, 说明理由.

**九、(13分)** 设四元线性齐次方程组(I)为  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$ , 又已知某线性齐次

方程组(II)的通解为  $k_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$

(1) 求线性齐次方程组(I)的基础解系;

(2) 问线性齐次方程组(I)和(II)是否有非零公共解?, 若有, 则求出所

有的非零公共解.若没有,则说明理由.

**十、(13 分)** 测量到某一目标的距离时发生的随机误差  $X$  (m)服从正态分布  $N(20, 40^2)$ , (1)求随机误差  $X$  (m)的概率密度;(2)求在三次测量中至少有一次误差不超过  $20$ (m)的概率?

**十一、(13 分)** 某产品使用寿命  $X$ (年)服从指数分布,其平均寿命为四年,此产品的厂家规定,若产品在使用一年之内损坏,则可调换,如果此产品的厂家每售出一件可赢利  $p$  元,而调换一件需化费  $p^2$  元,为使每件产品平均利润最大,如何确定  $p$ ?