

# 江西农业大学

## 2009 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

适用学科、专业 \_\_\_\_\_ 理 科 \_\_\_\_\_

考 试 科 目 \_\_\_\_\_ 360 数 学 \_\_\_\_\_

注意事项：所有答案一律在答题纸上填写，否则无效。

线

### 一、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 设  $y = f(x)$  的定义域为  $[1, 2]$ , 则  $f(1 - \ln x)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

2. 若  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0. \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $e^{-x^2}$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_.

4. 设矩阵  $A$  为四阶方阵, 则分块矩阵  $(A, E)$  的秩为 \_\_\_\_\_.

5. 设  $A = (a_{ij})$  为三阶正交矩阵, 且  $a_{33} = -1, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 则  $Ax = b$  的解为 \_\_\_\_\_.

6. 甲乙两人向同一目标独立地各射击一次, 命中率分别为  $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ,

现已知目标被击中, 则它是由甲命中的概率为 \_\_\_\_\_.

### 二、单项选择题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 下列式子正确的是 ( ) .

(A)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+e^x}{1-e^x} = 1$  ,      (B)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+e^x}{1-e^x} = 1$  ,

装

(C)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$ ,      (D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^x = 1$ .

2. 设  $f(x) = |x^3|$ , 则  $f(x)$  在点  $x=0$  处 (      ) .

- (A) 不连续,      (B) 连续且可导,  
 (C) 连续但不可导,      (D) 可导.

3. 曲线  $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$  的渐近线有 \_\_\_\_\_ .

- (A) 0 条,      (B) 1 条,  
 (C) 2 条,      (D) 3 条.

4. 设  $\frac{\sin x}{x}$  在  $[a, b]$  上连续, 则  $\frac{d}{dx} \int_a^b \frac{\sin x}{x} dx = (      )$  .

- (A)  $\frac{\sin x}{x}$ ,      (B) 0,  
 (C)  $\frac{\sin b}{b}$ ,      (D)  $\frac{\sin b}{b} - \frac{\sin a}{a}$ .

5. 设  $z = f(x, y) = x^2 + xy^2 + 2y$ , 则  $dz = (      )$  .

- (A)  $(2x + y^2 + 2xy + 2) dx dy$ ,      (B)  $(2x + y^2) dx + (2xy + 2) dy$ ,  
 (C)  $(2x + y^2) dx + 2(xy + 1) dy$ ,      (D)  $(2x + y^2) dy + (2xy + 2) dx$ .

6. 设  $n$  阶方阵  $A$  经过若干次初等变换后变为  $B$ , 若  $A$  的行列式  $|A| \neq 0$ ,

则 (      ) .

- (A)  $A$  相似  $B$ ,      (B)  $|A| = |B|$ ,      (C)  $|B| \neq 0$ ,      (D)  $|B|$  可取任意值.

7. 随机变量  $X, Y$  同分布, 概率密度  $f(x) = \begin{cases} 2x\theta^2, & 0 < x < \frac{1}{\theta} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ,

$E[a(X+2Y)] = \frac{1}{\theta}$ , 则  $a$  的数值为 ( ).

(A)  $\frac{1}{2}$ , (B)  $\frac{1}{3}$ , (C)  $\frac{1}{2\theta}$ , (D)  $\frac{2}{3\theta}$ .

8. 设独立随机变量  $X, Y$  均服从标准正态分布, 则  $E(X^2 + Y^2) = ( )$ .

(A) 1, (B) 2, (C) 3, (D) 4.

**三、(8分)** 设函数  $y = y(x)$  满足方程  $e^y + xy = e$ , 求  $y''(0)$ .

**四、(8分)** 求  $f(x) = x^m + (1-x)^m$  ( $m$  为正整数) 在  $[0, 1]$  上的最小值与最大值, 并且证明:  $x \in [0, 1], 2^{1-m} \leq x^m + (1-x)^m \leq 1$ .

**五、(8分)** 设  $f(x)$  可微, 满足  $2 \int_0^x f(t) dt = x^2 + xf(x)$ , 求  $f(x) (x > 0)$ .

**六、(9分)** 设函数  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上连续, 并且满足

$$f(x) = x \sin x + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

(1) 求  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ ; (2) 证明  $f(x) \leq -1$ ;

(3) 求由曲线  $y = f(x), y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$  所围成的平面图形的面积.

**七、(9分)** 计算二重积分  $\iint_D 2y\sqrt{1+x^2-y^2} dx dy$ , 其中  $D$  是由曲线  $x = -1, y = x, y = 1$  围成的平面区域.

**八、(13分)** 已知  $P = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  是方阵  $A$  的一个特征向量,  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{bmatrix}$ .

(1) 求参数  $a, b$  及特征向量  $P$  所对应的特征值;

(2) 问方阵  $A$  能否相似对角矩阵? 说明理由.

九、(13分) 设  $A, B$  为三阶方阵, 且  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & t \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B \neq 0$ ,  $AB = 0$ ,

求: (1) 常数  $t$ ; (2) 方程  $Ax = 0$  的通解.

十、(13分) 已知二维随机变量  $(X, Y)$  服从区域  $D$  的均匀分布, 其中  $D$  由曲线:  $y = x^2$  和  $x = y^2$  所围.

求: (1) 联合概率密度  $f(x, y)$ ; (2) 边缘分布  $f_X(x), f_Y(y)$ ,

并判别  $X, Y$  是否相互独立? ; (3)  $P(X < Y)$ .

十一、(13分) 一台设备由三大部件构成, 在设备运转中各部件需要调整的概率相应为 0.10, 0.20, 和 0.30. 假设各部件的状态相互独立, 以  $X$  表示同时需要调整的部件数, 试求  $X$  的数学期望和方差.