

江西农业大学

2009 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

适用学科、专业 _____ 理 科 _____

考 试 科 目 _____ 360 数 学 _____

注意事项：所有答案一律在答题纸上填写，否则无效。

一、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 设 $y = f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则 $f(1 - \ln x)$ 的定义域是 _____.

2. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0. \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则 $a =$ _____.

3. 设 e^{-x^2} 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f'(x) =$ _____.

4. 设矩阵 A 为四阶方阵, 则分块矩阵 (A, E) 的秩为 _____.

5. 设 $A = (a_{ij})$ 为三阶正交矩阵, 且 $a_{33} = -1, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, 则 $Ax = b$ 的解为 _____.

6. 甲乙两人向同一目标独立地各射击一次, 命中率分别为 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$,

现已知目标被击中, 则它是由甲命中的概率为 _____.

二、单项选择题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 下列式子正确的是 ().

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+e^x}{1-e^x} = 1$, (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+e^x}{1-e^x} = 1$,

(C) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$, (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x = 1$.

2. 设 $f(x) = |x^3|$, 则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处 ().

(A) 不连续, (B) 连续且可导,

(C) 连续但不可导, (D) 可导.

3. 曲线 $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ 的渐近线有_____.

(A) 0 条, (B) 1 条,

(C) 2 条, (D) 3 条.

4. 设 $\frac{\sin x}{x}$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $\frac{d}{dx} \int_a^b \frac{\sin x}{x} dx = ()$.

(A) $\frac{\sin x}{x}$,

(B) 0,

(C) $\frac{\sin b}{b}$,

(D) $\frac{\sin b}{b} - \frac{\sin a}{a}$.

5. 设 $z = f(x, y) = x^2 + xy^2 + 2y$, 则 $dz = ()$.

(A) $(2x + y^2 + 2xy + 2)dx dy$, (B) $(2x + y^2)dx + (2xy + 2)dy$,

(C) $(2x + y^2)dx + 2(xy + 1)dy$, (D) $(2x + y^2)dy + (2xy + 2)dx$.

6. 设 n 阶方阵 A 经过若干次初等变换后变为 B , 若 A 的行列式 $|A| \neq 0$,

则 ().

(A) A 相似 B , (B) $|A| = |B|$, (C) $|B| \neq 0$, (D) $|B|$ 可取任意值.

7. 随机变量 X, Y 同分布, 概率密度 $f(x) = \begin{cases} 2x\theta^2, & 0 < x < \frac{1}{\theta} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

$E[a(X+2Y)] = \frac{1}{\theta}$, 则 a 的数值为 ().

(A) $\frac{1}{2}$, (B) $\frac{1}{3}$, (C) $\frac{1}{2\theta}$, (D) $\frac{2}{3\theta}$.

8. 设独立随机变量 X, Y 均服从标准正态分布, 则 $E(X^2 + Y^2) = ()$.

(A) 1, (B) 2, (C) 3, (D) 4.

三、(8 分) 设函数 $y = y(x)$ 满足方程 $e^y + xy = e$, 求 $y''(0)$.

四、(8 分) 求 $f(x) = x^m + (1-x)^m$ (m 为正整数) 在 $[0, 1]$ 上的最小值与最大值, 并且证明: $x \in [0, 1], 2^{1-m} \leq x^m + (1-x)^m \leq 1$.

五、(8 分) 设 $f(x)$ 可微, 满足 $2 \int_0^x f(t) dt = x^2 + xf(x)$, 求 $f(x) (x > 0)$.

六、(9 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上连续, 并且满足

$$f(x) = x \sin x + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

(1) 求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$; (2) 证明 $f(x) \leq -1$;

(3) 求由曲线 $y = f(x), y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ 所围成的平面图形的面积.

七、(9 分) 计算二重积分 $\iint_D 2y\sqrt{1+x^2-y^2} dx dy$, 其中 D 是由曲线 $x = -1, y = x, y = 1$ 围成的平面区域.

八、(13 分) 已知 $P = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 是方阵 A 的一个特征向量, $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{bmatrix}$.

(1) 求参数 a, b 及特征向量 P 所对应的特征值;

(2) 问方阵 A 能否相似对角矩阵? 说明理由.

九、(13 分) 设 A, B 为三阶方阵, 且 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & t \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B \neq 0$, $AB = 0$,

求: (1) 常数 t ; (2) 方程 $Ax = 0$ 的通解.

十、(13 分) 已知二维随机变量 (X, Y) 服从区域 D 的均匀分布, 其中 D 由曲线: $y = x^2$ 和 $x = y^2$ 所围.

求: (1) 联合概率密度 $f(x, y)$; (2) 边缘分布 $f_X(x), f_Y(y)$,

并判别 X, Y 是否相互独立? ; (3) $P(X < Y)$.

十一、(13 分) 一台设备由三大部件构成, 在设备运转中各部件需要调整的概率相应为 0.10, 0.20, 和 0.30. 假设各部件的状态相互独立, 以 X 表示同时需要调整的部件数, 试求 X 的数学期望和方差.