

# 江西农业大学

## 2011 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题(机密)

适用学科、专业\_\_\_\_\_

考 试 科 目 \_\_\_\_\_ 数 学 \_\_\_\_\_

**注意事项：所有答案一律在答题纸上填写，否则无效。**

一、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 函数  $f(x) = \frac{(x-1)\sin x}{x(x-1)(x-2)}$  的可去型间断点是 \_\_\_\_\_ ；

2. 曲线  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$  的凸区间是 \_\_\_\_\_ ；

3. 微分方程  $yy' = x$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 1$  的解是 \_\_\_\_\_ ；

4. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，则  $A$  的逆矩阵  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_ ；

5. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关，若向量组  $l\alpha_2 - \alpha_1, m\alpha_3 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3$  线性无关，则  $l, m$  的关系是 \_\_\_\_\_ ；

6. 设随机变量  $X$  服从标准正态分布  $N(0,1)$ ，则方差  $D(X^2) =$  \_\_\_\_\_ ；

二、单项选择题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 曲线  $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$  的水平渐近线是 ( ) .

(A)  $y = 0$

(B)  $y = 0, y = 1$

(C)  $y = 0, y = -1$

(D) 没有水平渐近线

2. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^4} = \frac{2}{3}$ ，则点  $x = 0$  是函数  $y = f(x)$  的 ( ) .

(A) 极大值点

(B) 极小值点

(C) 非极值点 (D) 以上都不对

3. 若  $f'(x) = \sin x$ , 则  $f(x)$  的一个原函数是 ( ) .

(A)  $1 - \sin x$  (B)  $1 - \cos x$

(C)  $1 + \cos x$  (D)  $1 + \sin x$

4. 函数  $z = x^{2y}$  的全微分  $dz =$  ( ) .

(A)  $2yx^{2y-1}dx + x^{2y} \ln x dy$  (B)  $yx^{2y-1}dx + x^{2y} \ln x dy$

(C)  $2yx^{2y-1}dx + 2x^{2y} \ln x dy$  (D)  $2yx^{2y-1}dx + 2x^{2y} dy$

5. 设  $D$  由曲线  $y^2 = 2x, x - y = 4$  围成, 化二重积分  $\iint_D f(x, y) dx dy$  为二次积分是 ( ) .

(A)  $\int_0^8 dx \int_{x-4}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$  (B)  $\int_0^2 dx \int_{x-4}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$

(C)  $\int_{-2}^4 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\frac{y^2}{2}+4} f(x, y) dx$  (D)  $\int_{-2}^4 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\frac{y^2}{2}+4} f(x, y) dx$

6. 已知  $\alpha_1, \alpha_2$  是非齐次线性方程组  $AX = b$  的两个不同的解, 那么向量

$\alpha_1 - \alpha_2, 3\alpha_1 - 2\alpha_2, (\alpha_1 + 2\alpha_2)/3, (\alpha_1 + \alpha_2)/2$

中, 仍是  $AX = b$  特解的共有 ( ) .

(A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个

7. 设一次试验成功的概率为  $P$ , 进行 100 次独立重复试验, 当  $P$  等于 ( ) 时, 成功次数的标准差最大.

(A) 1 (B) 0 (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{3}$

8. 设随机变量  $X$  和  $Y$  服从参数分别为 3 和 2 的泊松分布, 则数学期望

$E(X^2 - Y^2)$  等于 ( ).

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

三、(8 分) 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} (1-2x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ \sqrt{x+a}, & x \geq 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  的连续性.

四、(8 分) 设方程  $x^3 + y^3 + 3xy = 1$  确定隐函数  $y = y(x)$ , 求 (1)  $\frac{dy}{dx}$ ; (2)  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0}$ .

五、(8 分) 设函数  $f'(x) \geq 0, x \in [a, b]$ ,  $F(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$ ,

证明  $F(x)$  在  $(a, b]$  上单调增加.

六、(10 分) 设直线  $y = ax$  与抛物线  $y = x^2$  所围成图形的面积为  $S_1$ , 它们与直线  $x=1$  所围成的图形面积为  $S_2$ , 并且  $0 < a < 1$ , 试确定  $a$  的值, 使  $S_1 + S_2$  达到最小, 并求出最小值.

七、(8 分) 计算二重积分  $\iint_D e^{-2\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ .

其中  $D$  是由  $x^2 + y^2 \leq 1$  围成的平面区域.

八、(13 分) 设线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$  有无穷多个解, 求 (1) 常数  $a$ ; (2) 线性方程组的基础解系; (3) 线性方程组的通解.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{bmatrix}$$

九、(13 分) 设矩阵  $A$  有一特征值为零, 求 (1) 常数  $a$ ; (2) 可逆矩阵  $P$ , 使方阵  $P^{-1}AP$  为对角矩阵; (3)  $A^n$ .

十、(13 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

$Y \backslash X$	-1	0	1
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
1	$\frac{2}{6}$	$s$	$\frac{1}{6}$

求 (1) 常数  $s$ ; (2) 边缘分布律; (3) 协方差  $\text{cov}(X, Y)$ .

十一、(13 分) 设  $X$  和  $Y$  是两个相互独立的随机变量, 且都在区间  $[1, 3]$  上服从均匀分布, 求 (1) 联合概率密度  $f(x, y)$ ; (2)  $(X, Y)$  落在区域:  $1 < x < 2, 1 < y < 2$  的概率;

(3) 数学期望  $E\left(\frac{1}{X}\right)$ .