

2014 年厦门大学 820 量子力学考研试题（回忆版）

本试题由 kaoyan.com 网友瑞雪酱菜提供

一、

(1) 说明下面状态是否定态

$$\textcircled{1} \Psi(x, t) = \phi(x) e^{-iEt\hbar} + \phi(x) e^{iEt\hbar}$$

$$\textcircled{2} \Psi(x, t) = \phi(x) e^{-i(px+E)t\hbar} + \phi(x) e^{i(px+E)t\hbar}$$

(2) 算符 A 与 B 对易，算符 B 与 C 对易，那么 A 与 C 对易吗？举例说明。

(3) 什么是粒子的全同性原理？电子和光子的波函数有什么不同？

(4) 电子的自旋角动量与轨道角动量有什么不同，电子的自旋角动量有什么特点。

(5) 写出电子在电磁场中运动的薛定谔方程，并写出规范变换。

二、质量为 m 的粒子在一维势场中运动，位势 $V(x)$ 如下

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x > a \text{ or } x < 0 \end{cases}$$

已知 $t=0$ 时刻波函数 $\Psi(x, 0) = Ax(a-x)$ 。

(1) 求归一化常数 A；

(2) 写出粒子在势场中的波函数 $\Psi_n(x)$ 和能级 E_n ；

(3) 计算粒子在 $t=0$ 时刻粒子处于 $\Psi_n(x)$ 的概率 P_n ；

(4) 写出 $t>0$ 时刻的 $\Psi(x, t)$ 。（用级数表示即可）

三、某系统哈密顿量为 H ，本征态为 $|n\rangle$ ，能量为 E_n 。现定义算符 $U(m, n)$ (m, n)

如下 $U(m, n) = |m\rangle\langle n|$

(1) 求对易关系 $[H, U(m, n)]$ ；

(2) 证明 $U(m, n) U^\dagger(p, q) = \delta_{nq} U(m, p)$ ；

(3) 求 $\text{Tr}(U(m, n))$ ；

(4) 设 $A_{mn} = \langle m | A | n \rangle$ ，证明： $\textcircled{1} 1A = \sum A_{mn} U(m, n)$ ； $\textcircled{2} A_{mn} = \text{Tr}\{AU(m, n)\}$ 。

四、质量为 m 的粒子处于如下势场中 $V(x) = 12k(x-x_0)^2 + V_0$

其中 k, x_0, V_0 均为常数。求

(1) 粒子的本征态和本征能量；

(2) 粒子对 k, x_0, V_0 的依赖程度；

(3) 粒子是否存在非束缚定态？

五、一个氢原子系统处于如下状态

$$\Psi(\vec{r}, S_z) = A(\sqrt{35}\Psi_{100}(\vec{r}) + \sqrt{25}\Psi_{210}(\vec{r}) - \sqrt{25}\Psi_{110}(\vec{r}) - \sqrt{35}\Psi_{211}(\vec{r}))$$

其中 $H\Psi_{nlm} = E_n\Psi_{nlm}$ 。

(1) 求归一化常数 A；

- (2) 角动量 L_z 的平均值;
(3) 系统处于 $E=E_2, L^2=2\hbar^2$ 的概率;
(4) 系统处于 $j=3/2, m_j=3/2, m_j=3/2, m_j=3/2=3/2=3/2$ 的概率。

六、系统的哈密顿量为 H_0 ，本征态为 $|n\rangle$ ，能量为 E_n 。现有三个厄米算符 A, B, C, B, C, B, C ，满足 $C=i[A, B][A, B][A, B]$ ，且在基态 $|0\rangle|0\rangle|0\rangle$ 下的平均值为 A_0, B_0, C_0 。现系统受到一个微扰 $H' = i\lambda [A, H[A, H[A, H_0]]]$ 。

- (1) 求基态波函数的一级修正;
(2) 求在基态一级修正下 B 的平均值 (精确到 λ 量级)

以上试题来自 kaoyan.com 网友的回忆，仅供参考，纠错请发邮件至 suggest@kaoyan.com。