2014 年厦门大学（820）量子力学试题（回忆版）

一、

（1）说明下面状态是否是定态

$$①\Psi(x,t)=\phi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}+\phi(x)e^{\frac{iEt}{\hbar}}$$

$$②\Psi(x,t)=\phi(x)e^{-\frac{i(px+E)t}{\hbar}}+\phi(x)e^{\frac{i(px+E)t}{\hbar}}$$

（2）算符 A 与 B 对易，算符 B 与 C 对易，那么 A 与 C 对易吗？举例说明。

（3）什么是粒子的全同性原理？电子和光子的波函数有什么不同？

（4）电子的自旋角动量与轨道角动量有什么不同，电子的自旋角动量有什么特点。

（5）写出电子在电磁场中运动的薛定谔方程，并写出规范变换。

二、质量为 m 的粒子在一维势场中运动，位势 V（x）如下

$$V(x)=\begin{cases}0, 0<x<a\\ \infty, x>a\ or\ x<0\end{cases}$$

已知 t=0 时刻波函数$\Psi(x,0)=Ax(a-x)$.

(1) 求归一化常数 A;

(2) 写出粒子在势场中的波函数$\Psi_n(x)$和能级E_n;

(3) 计算粒子在 t=0 时刻粒子处于$\Psi_n(x)$的概率P_n;

(4) 写出 t>0 时刻的$\Psi(x,t)$。（用级数表示即可）

三、某系统哈密顿量为 H，本征态为$|n>$,能量为 E_n。现定义算符 U(m,n)如下

$$U(m,n)=|m><n|$$

(1) 求对易关系[H, U(m,n)];

(2) 证明 U(m,n) U^+(p,q)=$\delta_{nq}U(m,p)$;

(3) 求 Tr(U(m,n));

(4) 设 $A_{mn} = <m|A|n>$，证明：①$A=\sum_{mn} A_{mn} U(m,n)$；②$A_{mn} = Tr\{AU(m,n)\}$。

四、质量为 m 的粒子处于如下势场中

$$V(x)=\frac{1}{2}k(x-x_0)^2+V_0$$

其中 k,x_0,V_0 均为常数。求

(1) 粒子的本征态和本征能量;

(2) 粒子对 k,x_0,V_0 的依赖程度;

(3) 粒子是否存在非束缚定态？

五、一个氢原子系统处于如下状态

$$\Psi(\vec{r},S_z)=A\begin{pmatrix}\sqrt{\frac{3}{5}}\Psi_{100}(\vec{r})+\sqrt{\frac{2}{5}}\Psi_{210}(\vec{r})\\ \sqrt{\frac{2}{5}}\Psi_{110}(\vec{r})-\sqrt{\frac{3}{5}}\Psi_{211}(\vec{r})\end{pmatrix}$$

其中$H\Psi_{nlm}=E_n\Psi_{nlm}$。

(1) 求归一化常数 A;

(2) 角动量 L_z 的平均值；

(3) 系统处于 $E=E_2, L^2=2\hbar^2$ 的概率;

(4) 系统处于 $j=3/2, m_j=3/2$ 的概率。

六、系统的哈密顿量为 H_0，本征态为|n>,能量为 E_n。现有三个厄米算符 A,B,C，满足 C=i[A,B]，且在基态|0>下的平均值为 A_0，B_0，C_0。现系统受到一个微扰 $H'=i\lambda[A,H_0]$。

（1）求基态波函数的一级修正；

（2）求在基态一级修正下 B 的平均值（精确到 λ 量级）。