

中国科学技术大学

2012 年硕士学位研究生入学考试试题

(量子力学)

所有试题答案写在答题纸上, 答案写在试卷上无效

☐ 需使用计算器

☒ 不使用计算器

(6 题, 共 150 分)

1, (20 分) 质量为 μ 的粒子被限制在半径为 R 的平面圆周上运动 (转子),

已知开始时系统处于状态 $\psi(0) = A \sin^2 \theta$, A 为常数。

(a) 写出 t 时刻系统的波函数;

(b) 求出 t 时刻系统的平均能量。

2, (30 分) 一个质量为 μ 的粒子在下面的一维势阱中运动:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0, x > 2a \\ A\delta(x-a) & 0 < x < 2a \end{cases}$$

其中 a, A 为常量。

(a) 给出此系统的第一激发态能量;

(b) 已知此系统之基态能量非负, 请问 A 要满足什么条件?

3 (30 分) 计算一维谐振子基态中的不确定度乘积 $\Delta x \Delta p = ?$

4 (20 分) 设有 2 维空间中的如下矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1-i \\ 1+i & 0 \end{pmatrix}$$

(a) 请考察 A 的厄米性;

(b) 请写出 A 用 $\{1, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ 展开的表达式, 其中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为著名的 Pauli 矩阵;

(c) 请求解 A 的本征方程, 得出本征值和相应本征态。

5 (30 分) 假设自由空间中有两个质量为 m 、自旋为 $\hbar/2$ 的粒子, 它们按如下自旋相关势

$$V = \frac{g}{r} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

相互作用, 其中 r 为两粒子之间的距离, $g > 0$ 为常量, 而 $\vec{\sigma}_i$ ($i=1, 2$) 为分别作用于第 i 个粒子自旋的 Pauli 矩阵。

(a) 请写出该两粒子体系的一组可对易力学量完全集(CSCO);

(b) 请给出该体系各束缚定态的能级;

(c) 请写出该体系的基态, 并注明相应的量子数。

6 (20 分) 有一个一维束缚体系(如一维谐振子), 其 Hamilton 量为 H_0 束缚定态记为 $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots$ (均已归一化), 相应的能量本征值为 $\varepsilon_0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots$ 。现体系受到微扰作用, 微扰 Hamilton 量可以表示为

$$H' = i\lambda[A, H_0]$$

其中 λ 为小的实数常量, A 为已知的厄米算符。请计算微扰修正后体系的束缚定态(要求准确到 λ 一阶)和能级(要求准确到 λ 二阶)。