

考试科目: _____ (607) 量子力学 _____

共 2 页

★★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。 ★★★★★**第一题 (10 分)**

简述普朗克能量量子化假设, 爱因斯坦光子假说和德布罗意物质波假说的主要内容。

第二题 (10 分)

简述全同性原理, 并说明对全同费米子该原理如何导致泡利不相容原理。

第三题 (10 分)算符 $\hat{A} \equiv \hat{x}\hat{p}_x$, 它是厄米算符吗? 写出 \hat{A} 的厄米共轭算符 \hat{A}^+ , 并计算对易子 $[\hat{A}, \hat{A}^+]$ 。**第四题 (10 分)**对一个 f 电子 (轨道角动量量子数为 3), 写出 $\vec{L} \cdot \vec{S}$ 的本征值及其简并度。这里 \vec{L} 和 \vec{S} 分别是电子的轨道角动量算符和自旋角动量算符。**第五题 (10 分)**简述“简并微扰论”计算简并能级能量一级修正的方法 (以一个三重简并的能级为例, 记简并态为 $\psi_1^{(0)}, \psi_2^{(0)}, \psi_3^{(0)}$, 微扰哈密顿量为 H')。**第六题 (20 分)**在一维势场 $V(x) = \begin{cases} 0, & (x < 0) \\ V_0, & (x > 0) \end{cases}$ 中, 由能量为 E 的粒子组成的粒子束从 $x = -\infty$ 入射。这里 V_0 为正常数。如果粒子的反射率为 25%, 求 E/V_0 。

第七题 (20 分)

质量为 m ，固有角频率为 ω 的简谐振子处于基态。归一化的基态波函数为

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right)$$

设振子的质量不变，而固有角频率突然加倍（即 $\omega' = 2\omega$ ），且在固有频率改变的瞬间体系的波函数未发生变化（当然，体系的波函数的演化将发生变化，因为哈密顿量变化了）。试问：测得体系处于“新基态”的几率是多少？“新基态”的能量是多少？

[可能用到的定积分： $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$]

第八题 (20 分)

在一组正交归一基下，某三能级体系的哈密顿量为 $H = \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ b & 0 & a \end{bmatrix}$ ，这里 a, b, c 均为实常数。

(1) 求 H 的本征值和归一化的本征矢；(2) 如果初态为 $\psi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，求 t 时刻的态矢 $\psi(t)$ 。

第九题 (20 分)

(1) 氢原子处于第一激发态 ψ_{211} 。写出该态下电子的能量、轨道角动量、轨道角动量的 z 分量的值；(2) 在 ψ_{211} 态下， $\frac{1}{r}$ 的平均值是多少？已知在球坐标下，

$$\psi_{211}(r, \theta, \phi) = R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \phi), \text{ 其中径向波函数 } R_{21}(r) = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-3/2} \frac{r}{a} \exp[-r/(2a)], \text{ 这}$$

里 a 为玻尔半径；球函数 $Y_{11}(\theta, \phi) = -\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \sin\theta \exp(i\phi)$ 。[可能用到的定积分：

$$\int_0^{\infty} x^n \exp(-x) dx = n!]$$

第十题 (20 分)

质量为 m 的粒子，处在宽度为 a 的一维无限深方势阱中： $V(x) = \begin{cases} 0, (0 < x < a) \\ \infty, (\text{其他位置}) \end{cases}$ 。如果

粒子受到微扰 $V'(x) = \begin{cases} \lambda x, (0 < x < a) \\ 0, (\text{其他位置}) \end{cases}$ ，求基态能级（精确至 λ 的一阶）。