杭 州 师 范 学 院

2007 年招收攻读硕士研究生入学考试题

考试科目代码： 714

考试科目名称： 数学分析

说明：1、命题时请按有关说明填写清楚、完整；
2、命题时试题不得超过周围边框；
3、考生答题时一律写在答题纸上，否则漏批责任自负；
4、
5、

一、计算下列各题：（每小题 8 分，共 40 分）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+a)^{x+b}(x+b)^{x+a}}{(x+a+b)^{2x+a+b}}$

2. 设函数 $f(x)$ 在 $x=12$ 的某邻域内可导，且 $\lim\limits_{x\to 12}f(x)=0$，$\lim\limits_{x\to 12}f'(x)=1004$. 试求极限：

$$\lim_{x\to 12}\frac{\int_{12}^{x}\left[t\int_{t}^{12}f(u)du\right]dt}{(12-x)^3}$$

3. 求不定积分 $\int\dfrac{1+\cos x}{1+\sin^2 x}dx$

4. 设区域 $D=\{(x,y)\,|\,a\le x\le b, c\le y\le d\}$，求二重积分 $\iint\limits_D xye^{x^2+y^2}dxdy$

5. 试求曲线积分 $\int_l \dfrac{z^2}{x^2+y^2}ds$ ，其中 l 是螺线 l： $x=a\cos t$， $y=a\sin t$，
$z=at$ $(0\le t\le 2\pi)$

二、解答下列各题：（每小题 8 分，共 40 分）

杭州师范学院硕士研究生入学考试命题纸

2. 设 $z=f(u)$，而 $u=\varphi(u)+\int_y^x P(t)dt$ 确定 u 是 x,y 的隐函

$P(t)$ 连续且 $\varphi'(u)\neq 1$. 试求 $P(y)\dfrac{\partial z}{\partial x}+P(x)\dfrac{\partial z}{\partial y}$

3. 讨论广义积分 $\int_0^{+\infty}\dfrac{dx}{x^p+x^q}$ $(p>q>0)$ 的敛散性.

4. 证明积分 $\int_0^{+\infty}\dfrac{\cos xy}{x^2+x^2}dx$ 关于 y 在 $[a,+\infty)$ $(a>0)$ 内一致

5. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a(1-\cos x)}{x^2}, & x>0\\ 0, & x=0\\ \dfrac{b\sin x+\int_0^x e^t dt}{x}, & x<0\end{cases}$ 是连续函

三、（12 分） 设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0$

存在 $c\in(0,1)$，使得 $f(c)+cf'(c)=0$.

四、（12 分） 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，$\lim\limits_{n\to\infty}na_n=0$，证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(a_n$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(a_n-a_{n+1})=\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$.

五、（12 分） 设 $I=\oint_L y^3dx+(3x-x^3)dy$ ，其中 L 为曲线

取 L 的正向. 求：

（1） R 为何值时 $I=0$？ （2） R 为何值时 I 的值最大，最

六、（12 分） 设 $f(x)$ 在区间 (a,b) 中具有有界导数，即存在常数
$\forall x\in(a,b)$. 试证明函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内一致连续.

七、（12 分） 证明 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}ne^{-nx}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内连续.