

浙江师范大学 2009 年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 882

科目名称: 高等数学

提示:

- 1、本科目适用专业: 070201 理论物理、070205 凝聚态物理、070207 光学;
- 2、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题上的不给分;
- 3、请填写准考证号后 6 位: _____。

一、填空题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

- (1) 若 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 则函数 $f(x+\frac{2}{3})+f(x-\frac{2}{3})$ 的定义域为____①____.
- (2) 函数 $f(x)=\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{1-x}{1+x^{2n}}$ 的间断点为 $x=$ ____②____.
- (3) 曲线 $\begin{cases} x=\sin t \\ y=\cos 2t \end{cases}$ 在 $t=\frac{\pi}{4}$ 处的法线方程为____③____.
- (4) 极限 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x}=$ ____④____.
- (5) 曲线 $y=e^{\arctan x}$ 的拐点为____⑤____.
- (6) 椭圆 $4x^2+y^2=4$ 在点 $(0,2)$ 处的曲率为____⑥____.
- (7) $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx=$ ____⑦____.
- (8) 幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n n^3}$ 的收敛半径为____⑧____.
- (9) 向量场 $\vec{A}=y^2\vec{i}+xy\vec{j}+xz\vec{k}$ 的散度 $\nabla\cdot\vec{A}=$ ____⑨____.
- (10) 已知 A^* 是 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵, 则 $(A^*)^{-1}=$ ____⑩____.

二、(本题满分 12 分)

已知当 $x\rightarrow 0$ 时, $f(x)=x-(a+b\cos x)\sin x$ 为 x^5 的等价无穷小, 求常数 a 和 b .

三、(本题满分 12 分)

设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 通过点 $(0,0)$, 且当 $x\in[0,1]$ 时, $y\geq 0$. 试确定 a,b,c 的值, 使得该抛物线与直线 $x=1, y=0$ 所围图形的面积为 $\frac{4}{9}$, 且该图形绕 x 轴旋转而

成的旋转体的体积最小.

四、(本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 4y = e^{2x}$ 的通解.

五、(本题满分 10 分)

设 f 具有一阶连续的偏导数, $u = f(\sin x, \cos y, e^{xy})$, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$.

六、(本题满分 10 分)

计算二重积分 $\iint_D \ln(1+x^2+y^2) dx dy$, 其中 D 是由圆周 $x^2+y^2=1$ 及坐标轴所围成

的在第一象限内的闭区域.

七、(本题满分 12 分)

确定 λ 的值, 使曲线积分 $\int_L (x^4 + 4xy^\lambda) dx + (6x^{\lambda-1}y^2 - 5y^4) dy$ 与路径无关, 并求

$\int_{(0,0)}^{(1,2)} (x^4 + 4xy^\lambda) dx + (6x^{\lambda-1}y^2 - 5y^4) dy$ 的值.

八、(本题满分 10 分)

讨论 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k+n}{n^2}$ 是绝对收敛、条件收敛还是发散, 其中常数 $k > 0$.

九、(本题满分 10 分)

将 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$ 展成正弦级数.

十、(本题满分 12 分)

a 和 b 为何值时, 方程组 $\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$ 有惟一解、无穷多解, 并解之.

十一、(本题满分 12 分)

求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.

www.kaoyan.com