

## 浙江师范大学 2009 年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 882

科目名称: 高等数学

提示:

- 1、本科目适用专业: 070201 理论物理、070205 凝聚态物理、070207 光学;
- 2、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题上的不给分;
- 3、请填写准考证号后 6 位: \_\_\_\_\_。

一、填空题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

(1) 若  $f(x)$  的定义域为  $[0,1]$ , 则函数  $f(x+\frac{2}{3})+f(x-\frac{2}{3})$  的定义域为 ①。

(2) 函数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x}{1+x^{2n}}$  的间断点为  $x =$  ②。

(3) 曲线  $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  处的法线方程为 ③。

(4) 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x} =$  ④。

(5) 曲线  $y = e^{\arctan x}$  的拐点为 ⑤。

(6) 椭圆  $4x^2 + y^2 = 4$  在点  $(0,2)$  处的曲率为 ⑥。

(7)  $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx =$  ⑦。

(8) 幂级数  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n n^3}$  的收敛半径为 ⑧。

(9) 向量场  $\vec{A} = y^2\vec{i} + xy\vec{j} + xz\vec{k}$  的散度  $\nabla \cdot \vec{A} =$  ⑨。

(10) 已知  $A^*$  是  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  的伴随矩阵, 则  $(A^*)^{-1} =$  ⑩。

二、(本题满分 12 分)

已知当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = x - (a + b \cos x) \sin x$  为  $x^5$  的等价无穷小, 求常数  $a$  和  $b$ 。

三、(本题满分 12 分)

设抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  通过点  $(0,0)$ , 且当  $x \in [0,1]$  时,  $y \geq 0$ 。试确定  $a, b, c$  的值, 使得该抛物线与直线  $x=1, y=0$  所围图形的面积为  $\frac{4}{9}$ , 且该图形绕  $x$  轴旋转而

成的旋转体的体积最小.

四、(本题满分 10 分)

求微分方程  $y'' - 4y = e^{2x}$  的通解.

五、(本题满分 10 分)

设  $f$  具有一阶连续的偏导数,  $u = f(\sin x, \cos y, e^{xy})$ , 求  $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$ .

六、(本题满分 10 分)

计算二重积分  $\iint_D \ln(1+x^2+y^2) dx dy$ , 其中  $D$  是由圆周  $x^2+y^2=1$  及坐标轴所围成的在第一象限内的闭区域.

七、(本题满分 12 分)

确定  $\lambda$  的值, 使曲线积分  $\int_L (x^4 + 4xy^\lambda) dx + (6x^{\lambda-1}y^2 - 5y^4) dy$  与路径无关, 并求  $\int_{(0,0)}^{(1,2)} (x^4 + 4xy^\lambda) dx + (6x^{\lambda-1}y^2 - 5y^4) dy$  的值.

八、(本题满分 10 分)

讨论  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k+n}{n^2}$  是绝对收敛、条件收敛还是发散, 其中常数  $k > 0$ .

九、(本题满分 10 分)

将  $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$  展成正弦级数.

十、(本题满分 12 分)

$a$  和  $b$  为何值时, 方程组  $\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$  有惟一解、无穷多解, 并解之.

十一、(本题满分 12 分)

求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

www.kaoyan.com  
kaoyan.com  
考研加油站