

## 浙江理工大学

## 二〇〇七年硕士学位研究生招生考试试题

考试科目：数学分析

代码：721

(\*请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

一(15分)、叙述下列定义或定理.

1. 叙述极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  的柯西 (Cauchy) 准则;
2. 叙述闭区间  $[a, b]$  上连续函数  $f$  的性质 (至少三条);
3. 叙述函数列  $\{f_n\}$  在数集  $D$  上一致收敛于函数  $f$  的定义.

二(15分)、求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}\right)^n$ .三(15分)、求曲线  $x^2 + y^2 - 2x + 3y + 2 = 0$  的切线方程, 使该切线平行于直线  $2x + y - 1 = 0$ .四(15分)、设函数  $f$  在闭区间  $[a, b]$  上有连续的一阶导数, 且  $f(a) = f(b) = 0$ . 证明

$$\max_{x \in [a, b]} |f'(x)| \geq \frac{4}{(b-a)^2} \int_a^b |f(x)| dx.$$

五(15分)、判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^n}{n^{p+\frac{1}{n}}} \right)$  的敛散性 (要求对  $p \in (-\infty, +\infty)$  分别讨论其绝对收敛、条件收敛或发散的性质).

六(15分)、证明: 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n (1-x)$  在闭区间  $[0, 1]$  上绝对收敛且一致收敛, 但由其各项绝对值组成的级数在闭区间  $[0, 1]$  上却不一致收敛.

七(15分)、计算摆线  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  的一拱 (即  $t \in [0, 2\pi]$ ) 与直线  $y = 0$  所围成的平面图形绕  $y$  轴旋转一周所得立体的体积.

