浙江理工大学

二〇一〇年硕士学位研究生招生入学考试试题

考试科目： 高等代数　　　　代码： 912

（*请考生在答题纸上答题，在此试题纸上答题无效）

一. 多项式 $f(x)=x^3-3x^2+tx-1$ 当 t 为何值时有重根? (15)

二. 计算行列式: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}$ (15)

三. 求下列矩阵的的秩 r 和一非零 r 级子式所在的行号和列号：

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & -9 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & -5 & 7 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$ (20)

四. 元素全部为整数的矩阵称为整数矩阵. 证明可逆的整数矩阵的逆也是整数矩阵的充要条件是它的行列式值为 ± 1. (15)

五. 设 A,B 为 n 阶矩阵, 并且都相似于对角矩阵. 证明 A,B 相似的充要条件是它们的特征多项式相同.并举例说明当 A,B 相似于对角矩阵的条件去掉后, 充分性一般不成立. (20)

六. 证明，若设二阶正交方阵 A 满足 $|A|=-1$，则有 θ，使得

$$A=\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}.$$ (15)

七．设 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{pmatrix}$ 为 n 级方阵,

$B=\begin{pmatrix} a_{nn} & a_{n,n-1} & \cdots & a_{n2} & a_{n1} \\ a_{n-1,n} & a_{n-1,n-1} & \cdots & a_{n-1,2} & a_{n-1,1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{2n} & a_{2,n-1} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & a_{1,n-1} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{pmatrix}$.证明 A 和 B 相似,并求矩阵 T ,使得

$T^{-1}AT=B.$ (15)

八．设 $(b_{11},b_{12},\cdots,b_{1n}),(b_{21},b_{22},\cdots,b_{2n}),\cdots,(b_{s1},b_{s2},\cdots,b_{sn})$ 为方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{r1}x_1+a_{r2}x_2+\cdots+a_{rn}x_n=0 \end{cases}$$

的基础解系．证明方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{r1}x_1+a_{r2}x_2+\cdots+a_{rn}x_n=0 \\ b_{11}x_1+b_{12}x_2+\cdots+b_{1n}x_n=0 \\ b_{21}x_1+b_{22}x_2+\cdots+b_{2n}x_n=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ b_{s1}x_1+b_{s2}x_2+\cdots+b_{sn}x_n=0 \end{cases}$$

只有零解. (15)

九．t 取何值时,二次型 $x_1^2+x_2^2+5x_3^2+2tx_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$ 正定? 并在 $t=0$ 时利用正交变换化此二次型为标准型. (20)