浙江工商大学 07 年硕士研究生入学考试试卷（A 卷）

招生专业：数量经济学、统计学

考试科目：概率论与数理统计

总分：150 分　考试时间：3 小时

1. （18 分） 甲乙两人均为九段围棋棋手，先胜三局者赢得 10 万元奖金。
   现已赛出三局，甲 2 胜 1 负。因故终止比赛，问如何公平分 10 万元奖金？
   情况（1） 按比赛未果考虑；
   情况（2） 考虑已赛出的成绩；
   情况（3） 已赛出和未赛出的成绩一起考虑。

2. （18 分）台上有三扇门： A、B、C, 只有一扇门后有大奖.
   你选择了 A, 在 A 被 打开之前,节目主持人准备打开 B

   问题: 现改变 A 而选择 C 门, 是否会增加获奖的概率?
   情况（1） B 门打开后, 发现没奖
   情况（2） 假设: 主持人不知道奖在哪个门
   情况（3） 假设: 主持人知道奖在哪个门，且
   （a）如果 B 门和 C 门后有一个大奖, 则主持人打开没有大奖的那一扇门;
   （b）如果 B 门和 C 门后都没有大奖, 则节目主持人随便选一扇门打开.

3. （12 分）AT 运输公司有 500 辆汽车参加保险，在一年里汽车出事故的概率为 0.006，参加保险的汽车每年交 800 元的保险费。若出事故，保险公司最多赔偿 5000 元，求保险公司一年赚钱不小于 200000 元的概率（Φ（0.579）=0.7190，Φ(1.737)=0.9591）

4. （12分）若 X_i，$i=1,\cdots,15$，独立同分布于 $N(0,2^2)$

则 $Y=\dfrac{X_1^2+X_2^2+\cdots X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$ 服从何分布？并给出证明。

5. （15分）IQ商品一周的需求量服从密度函数为

$$f(t)=\begin{cases} te^{-t} & t>0 \\ 0 & t\le 0 \end{cases}$$

设各周的需求量是相互独立，

试求（1）两周需求量的概率密度

（2）三周需求量的概率密度

6 （15分）箱中装有100件产品，其中一、二和三等品分别有80、10和10件。现从中随机选取一件，记

$$X_i=\begin{cases} 1 & i\text{ 等品} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \qquad i=1,2,3$$

求（1） X_1 与 X_2 的联合分布

（2） X_1 与 X_2 的相关系数

7. （15分）设总体 X 服从对数正态分布，其分布密度为

$$\varphi(x;\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}x^{-1}e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

其中 $-\infty<\mu<+\infty$，$\sigma^2>0$ 是未知参数，$X=(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是一组样本，

试求 μ 和 σ^2 的最大似然估计。

共3页，第2页

8. （15 分）设有一大批产品，产品质量指标 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$。以 μ 小者为佳，厂方要求所确定的验收方案对高质量的产品 $(\mu \le \mu_0)$ 能以大概率 $1-\alpha$ 为买方所接受。买方则要求低质量产品 $(\mu \ge \mu_0+\delta, \delta>0)$ 能以大概率 $1-\beta$ 被拒绝。若 $\mu_0=120$，$\delta=20$，$\sigma=30$，$\alpha=0.05$。

问题：当确定 $\alpha=0.05$ 时，如何选取样本容量使 β 尽可能小（如 $\beta \le 0.05$）？

9. （15 分）设 $X_0=1, X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是相互独立且都以概率 $p(0<p<1)$ 取值 1，以概率 $q=1-p$ 取值 0 的随机变量序列，令 $S_n=\sum_{j=1}^{n} X_j$，证明 $\{S_n, n\ge 0\}$ 构成一马氏链，并写出它的状态空间和一步转移概率矩阵。

10. （15 分） 设 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是两个相互独立的平稳过程，均值 μ_X 和 μ_Y 都不为零，定义

$$Z(t)=X(t)+Y(t)$$

试计算互谱密度 $S_{XY}(\omega)$ 和 $S_{XZ}(\omega)$

共3页，第3页