

浙江工商大学 08 年硕士研究生入学考试试卷 (A 卷)

招生专业: 数量经济学, 统计学

考试科目: 概率论与数理统计

总分: 150 分 考试时间: 3 小时

1. (12 分) 投掷一均匀硬币 n 次, 求出现正反面次数相等的概率。

2. (18 分)

a) 设 $P(A) = p, P(B) = 1 - \varepsilon$, 证明

$$\frac{p - \varepsilon}{1 - \varepsilon} \leq P(A|B) \leq \frac{p}{1 - \varepsilon}$$

b) 设随机变量 ξ 只在 $[a, b]$ 中取值, 证明

$$a \leq E\xi \leq b, D\xi \leq (b-a)^2/4$$

3. (15 分) 设随机变量 ξ 的概率密度为

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \sqrt{1-x^2} I(|x| \leq 1)$$

这里 $I(\bullet) = 1$ 当 $|x| \leq 1$, 否则, $I(\bullet) = 0$ 。求 ξ 分布函数。

4. (15 分) B 商品每周需求量 X 服从 $[10, 30]$ 上的均匀分布, 每销售一单位商品可获利 500 元, 若临时从外部调剂供应, 获利 300 元。滞销一单位商品亏损 100 元, 为使商店所获利润期望值不少于 9280, 试确定最小的进货量。

5. (15分) 设 X 服从 $[0,1]$ 上均匀分布, Y 服从 $[0,X]$ 上均匀分布.
求 (X,Y) 联合概率密度和 Y 的边缘概率密度.

6. (15分) 箱中装有 100 件产品, 其中一、二和三等品分别有 80、10 和 10 件.
现从中随机选取一件, 记

$$X_i = \begin{cases} 1 & i \text{ 等品} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad i=1,2,3$$

求 (1) X_1 与 X_2 的联合分布

(2) X_1 与 X_2 的相关系数

7. (15分) 设总体 X 的分布密度为

$$f(x) = x\theta^{-2}e^{-x^2/(2\theta^2)}I(x>0)$$

(X_1, \dots, X_n) 是一组样本, 试求 θ 的矩估计和最大似然估计.

8. (15分) 设有一大批产品, 产品质量指标 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。以 μ 小者为佳, 厂方要求所确定的验收方案对高质量的产品 ($\mu \leq \mu_0$) 能以大概率 $1-\alpha$ 为买方所接受。买方则要求低质量产品 ($\mu \geq \mu_0 + \delta, \delta > 0$) 能以大概率 $1-\beta$ 被拒绝。若 $\mu_0 = 120, \delta = 20, \sigma = 30, \alpha = 0.05$ 。

问题: 当确定 $\alpha = 0.05$ 时, 如何选取样本容量使 β 尽可能小 (如 $\beta \leq 0.05$)?

9. (15分) 设脂肪消耗量 x 与死亡率 y 有线性相关, 并设在 x 给定下, y 是正态变量, 方差与 x 无关。现有 10 个样本, 已计算

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 116.1, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 258.5, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 3046.09,$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1390.09, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 6746.01$$

(1) 求回归直线 $y = a + bx$

(2) 假设检验 $H_0: b = 0, H_1: b \neq 0$,

$$\alpha = 0.05, \quad t_{0.025}(8) = 2.306$$

(3) 求 $x = 13$ 处 y 的置信水平为 0.95 的预测区间。

10. (15分) 设 $X(t)$ 是一个零均值的平稳过程, 且不以概率 1 等于某一随机变量。

问 $Y(t) = X(t) + X(0)$ 是否平稳过程?