

温州大學

2008 年硕士研究生招生入学考试试题 A

科目代码及名称: 618, 量子力学 适用专业: 凝聚态物理, 理论物理

(请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

1、已知 \hat{A} 、 \hat{B} 是厄米算符, 设 $\hat{K}_{\pm} = \hat{A} \pm i\hat{B}$, $\hat{D} = \hat{K}_{+}\hat{K}_{-}$ 。(30 分)

(1) 求证: a) $(\hat{K}_{\pm})^{\dagger} = \hat{K}_{\mp}$, b) \hat{D} 是厄米算符;

(2) 若 $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}$, 求: $[\hat{K}_{+}, \hat{K}_{-}]$

(3) 求证厄米算符 \hat{F} 在某一表象的矩阵是厄米矩阵。

(4) 求证泡利算符满足关系式: $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0$, $\sigma_x \sigma_y = i\sigma_z$

2、设质量为 m 的粒子处在半壁无限高势垒 (25 分)

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 < x < a \\ V_0 & x > a \end{cases}$$

中运动, 考虑 $E < V_0$ ($V_0 > 0$), 求粒子能量所满足关系式。

3、设质量为 m 粒子在一维势场中运动, 其哈密顿算符为: $\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + V(x)$ 。(20 分)

求证: (1) $\frac{d\bar{x}}{dt} = \frac{\bar{p}_x}{m}$, (2) $\frac{d\bar{p}_x}{dt} = -\frac{\partial V(x)}{\partial x} = \bar{F}_x$

4、(1) (20 分) a)、求一维谐振子基态的 \bar{x} 、 $\bar{p} = ?$;

b)、用测不准关系估计一维谐振子基态能量。

已知公式: $x\psi_n = \frac{1}{\alpha}[\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}]$, $\frac{d}{dx}\psi_n = \alpha[\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1} - \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}]$

(2) (5 分) 在坐标表象里, 处于势场为 $V(\vec{r})$ 的粒子的能量本征方程为:

$$[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r})]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})。试写出在动量表象中的相应能量本征方程。$$

(请考生在答题纸上答题，在此试题纸上答题无效)

5. 一粒子的哈密顿算符，在 Q 表象中的矩阵分别为：(25 分)

$$\hat{H}_0 = E_0 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}' = \epsilon \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{其中 } E_0 \text{ 为正实数, } |\epsilon| \ll E_0, \hat{H}' \text{ 为微扰。}$$

(1) 忽略微扰，求出 \hat{H}_0 的本征值与本征函数。

(2) 考虑微扰，求出基态的二级近似能量与一级近似波函数。

6. 设有两个全同粒子，自旋都为 1/2，处在一维谐振子势阱： $V(x) = m\omega^2 x^2 / 2$ 中，(1) 忽略二粒子间相互作用，求体系基态与第一激发态的能量和对应的符合全同原理的波函数（要考虑自旋部分）以及它的简并度。(2) 若两个全同粒子自旋 (\hat{s}_1, \hat{s}_2) 有一个相互作用： $J\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2$ ， $J < 0$ 、小量，其结果又将如何？(25 分)