

宁波大学 2009 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 高等数学 (A 卷) 考码: 614 专业名称: 人文地理学

一、填空题 (每小题 5 分, 共 50 分)

1、设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x}, & x < 0 \\ b, & x = 0 \\ \frac{e^{3x} - 1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、设 $f(x)$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{x - x_0} = 2$, 则 $f'(x_0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、设 $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{y'}$, 则 $\frac{d^2x}{dy^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、已知 $f'(\cos x) = \sin^2 x$, 则 $f(\sin x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、函数 $f(x) = (x-4) \cdot \sqrt[3]{(x+1)^2}$ 的极大值是: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、计算 $\int_{-1}^1 (\sin \pi x - \sqrt{1-x^2})^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、已知 $z = x^{2y}$, 则 $dz = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、设 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$, 则二重积分 $\iint_D (2+x) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、已知函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ 且 $f(0) = 2$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、已知 $S_n = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k+2} - 2\sqrt{k+1} + \sqrt{k})$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、解答题 (要求有解题过程, 每题 10 分, 共 100 分)

1、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^3} (e^{\sqrt[3]{t}} - 1) dt}{x^2 \cdot \sin^2 x}$

2、计算极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x})$

3、已知 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上可导且有 $f(0) = 0$, 求证: 至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 满足:
 $f(\xi) + \xi \cdot f'(\xi) = f'(\xi)$

宁波大学 2009 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 高等数学 (A 卷) 考码: 614 专业名称: 人文地理学

4、计算 $\int_0^{n\pi} x \cdot |\cos x| dx$, $(n \in \mathbb{N}^+)$

5、设 $y = \sin x$ 和 x 轴在区间 $[0, \pi]$ 一段所围成的区域为 D , 求:

- (1)、 D 区域的面积。
- (2)、 D 区域绕 Y 轴旋转一周所成的旋转体体积。

6、已知 $\int x^2 \cdot f(x) dx = x \cdot \arctan x + c$, 求: $\int f(x) dx$

7、计算二重积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 \left(\frac{e^{y^2}}{y} - e^{x^2} \right) dy$

8、从一块半径为 R 的圆形铁皮上, 剪下一块圆心角为 α 的圆扇形, 用剪下的铁皮做一个圆锥形漏斗, 问 α 为多大时, 漏斗的容积最大?

9、求由参数方程 $\begin{cases} e^x = 3t^2 + 2t + 1 \\ t \sin y - y + \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$ 所确定的函数在对应于 $t = 0$ 处的导数。

10、设幂级数 $\frac{1}{2!} + \frac{2x}{3!} + \frac{3x^2}{4!} + \cdots + \frac{(n-1)x^{n-2}}{n!} + \cdots$,
求此幂级数的收敛区间及和函数。