浙 江 大 学

二〇〇五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 高等数学 编号 344

注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一. 选择题：(每小题后面的四个选项中，只有一个是正确的，写出正确的题号，每小题 3 分，共 12 分)

1. 已知函数 $y=\frac{1}{x}\sin\frac{1}{x}$，下面结论中正确的是（　　）.

(A). 当 $x\to 0$ 时函数是无穷大，　(B). 在区间 $(0,1]$ 上函数无界，

(C). 在区间 $(0,1]$ 上函数有界，　(D). 当 $x\to 0$ 时. 函数的极限为 1.

2. 若函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，且满足 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}=4$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线斜率为（　　）.

(A). 4，　(B). 1，　(C). 3，　(D). 2.

3. $\int_0^2 dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} e^{x^2+y^2}dy=$（　　）.

(A). $\frac{\pi}{2}$，　(B). e^4-1，　(C). $\frac{\pi}{2}(e^4-1)$，　(D). $\frac{\pi}{2}e^4$.

4. 已知随机变量 X 服从二项分布，且 $E(X)=2, D(X)=1.6$，则二项分布的参数 n,p 的值为（　　）。

(A). $n=5$, $p=0.4$，　(B). $n=25$, $p=0.8$

(C). $n=10$, $p=0.2$，　(D). $n=20$, $p=0.1$.

二. 填空题：(不须写出中间步骤，直接把答案写在答题纸上，每小题 3 分，共 12 分)

5. 设 $f(x)=\begin{cases}(1-x)^{\frac{2}{x}} & x<0\\ ae^x & x\geq 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ________.

6. 设 $y=x\arcsin\frac{x}{2}+\sqrt{4-x^2}$，

则 $dy=$ ________.

7. 计算 $\int_0^{+\infty}\frac{dx}{x^2+2x+4}=$ ______________.

8. 设 A,B 为两随机事件，若 $P(AB)=\frac{1}{5}$，$P(\overline{B}|A)=\frac{1}{3}$，则 $P(A)=$ ______________.

三. 计算题：(必须写出必要的计算过程和步骤，否则不得分，共 111 分)

9. 计算：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \sin t dt}{(1-e^x)(1-\cos\sqrt{x})}$.　　(本题 12 分)

10. 设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln\sqrt{1+t^2} \\ y=t+\arctan t \end{cases}$ 决定，求 $\frac{dy}{dx}$，$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=1}$.　　(本题 12 分)

11. 设函数 $z=f(x,y)$ 是由方程 $z-x-y+xe^{x-y-z}=0$ 所确定的函数，求 dz.　　(本题 12 分)

12. 计算：$\iint\limits_D |x^2-y|d\sigma$，其中 $D=\{(x,y)||x|\le 1, 0\le y\le 2\}$.　　(本题 15 分)

13. 把函数 $y=\frac{1}{x^2+x-6}$ 展开成 x 的幂级数，并求出它的收敛区间.　　(本题 15 分)

14. 已知函数 $f(x)$ 是连续函数，且满足 $f(x)+\int f(x)dx=xe^x$，且 $f(0)=0$，求 $f(x)$.
(本题 15 分)

15. 有两批名贵作物种子，第一批有 10 粒种子，其中有 3 粒是次品，第二批有 8 粒种子，其中有 2 粒是次品，今按以下方法抽样：

(1) 将两批种子混合在一起，从中摸取 2 粒种子，

(2) 从第一批中任意摸取 2 粒种子混入第二批中，再从混入后的第二批种子中任意摸取 2 粒种子，

分别求出 2 粒种子都是次品的概率.　　(本题 15 分)

16. 某人有 6 把钥匙，其中只有一把钥匙能开门，任取一把试开，不能打开者弃之，

求 (1) 打开此门所必须使用钥匙次数 X 的概率分布，

(2) 开门使用钥匙次数 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$.　　(本题 15 分)

四. 证明题：(必须写出必要的证明过程和步骤，否则不得分，本题 15 分)

17. 求证：方程 $4ax^3+3bx^2+2cx=a+b+c$ 在 (0, 1) 内至少有一个实根.