

一. 判断下列命题是否正确：(正确标“√”，否则标“X”) (12分)

1. 一个线性规划的可行集，非空有界，则必存在最优解。 ()

2. 一个线性规划的可行集，非空无界，则必有无界解。 ()

3. 如果一个线性规划及其对偶规划均有可行解，则两规划必存有最优解。 ()

4. 一个排队系统，不管顾客到达和服务时间的情况如何，只要运行足够长的时间，系统都将进入稳定状态。 ()

5. 在一个运输网络中，要想提高总的运输量，必须首先改善最小截集中弧的运输能力，另一方面，一旦最小截集弧通过能力被降低，就会使总的输送量减少。 ()

二. 用单纯形法求解 (16分)

$$\max z = 3x_1 + 5x_2$$

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

并指出在可行域上顶点的迭代次序。

三. 已知一个线性规划的模型如下： (18分)

$$\max Z = Cx$$

$$Ax = b$$

$$X \geq 0$$

其中 $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m \times n} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

一般 $m \geq n$. 如果 A 被分成 $A = (B, N)$, 并且 $|B| \neq 0$

请①推导出

$$X_B = B^{-1}b$$

$$Z = C_B B^{-1}b + (C_N - C_B B^{-1}N)x_N$$

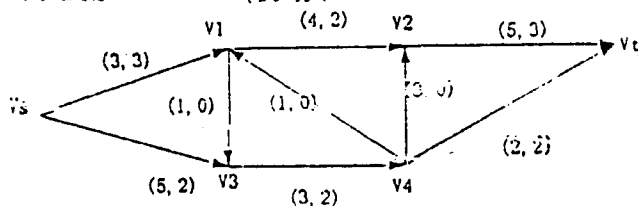
这里 $X_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} \quad X_N = \begin{pmatrix} x_{m+1} \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad C_B, C_N$ 分别为对应于

X_B, X_N 的由价值系数所组成的向量。

②指出 $C_B B^{-1}b, C_N - C_B B^{-1}N$ 各表示什么内容。

四. 如图已知网络流,

(18 分)



1. 写出所有的截集、截量。
2. 写出最小截集。
3. 证明图中的可行流为最大流。

五. 在顾客到达率为 λ 的泊松分布及服务为 μ 的负指数分布的排队模型中, 说明下式成立的原因及其直观含义。 (18 分)

1. $M/M/1/N/\infty$ (FCFS)

$$\lambda_s = \lambda (1 - P_N)$$

2. $M/M/C$ 各模型中均有

$$L_{ss} = \lambda_s / \mu$$

六. 某单位购进某种物品 50 件, 订购费 4 元/次, 每周保管费为 0.36 元

1. 求 E, O, Q 及年定货次数。
2. 为减少定货次数, 宁可使总费用超过最低费用的 5%, 作为存储策略, 在这条件下, 定货批量多大? (18 分)