

南京理工大学

2005 年硕士研究生入学考试试题

试题编号: 200511038

考试科目: 量子力学 (满分 150 分)

考生注意: 所有答案按试题序号写在答题纸上, 写在试卷上不给分。请在以下 13 题中选做 10 题。

1. (15 分) 设 $[q, p] = i\hbar$, $f(q)$ 是 q 的可微函数, 试证明:

$$[p, f(q)p^2] = \frac{\hbar}{i} f' p^2.$$

2. (15 分) 证明厄密算符的本征值是实数。

3. (15 分) 一粒子在一维势场 $U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & x > a \end{cases}$ 中运动, 求粒子的

能级和对应的波函数。

4. (15 分) 证明在 l_z 的本征态下, $\bar{l}_x = 0$ 。

5. (15 分) 设体系处于 $\psi = C_1 Y_{11} + C_2 Y_{20}$ 状态 (已归一化), 求:

(1) l_z 的可测值及平均值; (2) l^2 的可测值及相应的概率。

6. (15 分) 氢原子处于状态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \psi_{210} - \frac{\sqrt{3}}{2} \psi_{21-1}$, 求氢原子能量、

角动量平方及角动量 Z 分量的可能值、这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。

7. (15 分) 用测不准关系估算氢原子基态能量。

8. (15 分) 证明 $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$

9. (15 分) 设已知在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中, 算符 \hat{L}_x 的矩阵为

$$L_x = \frac{\hbar\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 求它的本征值和本征函数。}$$

10. (15 分) 设一体系未受微扰作用时有两个能级: E_{01} 和 E_{02} , 现在

受到微扰 $H' = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ 作用, a, b 是实数, 求能量至二级修正。

11. (15 分) 求线形谐振子偶级跃迁选择定则。

12. (15 分) 求在自旋态 $\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)$ 中, \hat{S}_x 和 \hat{S}_y 的不确定关系:

$$\overline{(\Delta S_x)^2} \cdot \overline{(\Delta S_y)^2} = ?$$

13. (15 分) 质量为 μ 的粒子束被球壳势场散射, $V(r) = V_0 \delta(r-a)$, 在 高能近似下, 用 Born 近似计算散射振幅和微分截面。